

新編

十万个为什么

第六册

青苹果数据中心制作

# 新编 十万个 为什么

第六册

齐豫生 徐茂魁 主编

台海出版社



# 目 录

## 数 学

什么叫集合.....	(1)
集合怎样表示.....	(2)
什么叫子集.....	(3)
什么叫交集.....	(5)
什么叫并集.....	(5)
什么叫差集.....	(6)
什么叫空集.....	(7)
什么叫等价集合.....	(7)
什么叫函数.....	(8)
什么叫自然数.....	(9)
为什么说“0”不是自然数.....	(10)
为什么要建立进位制 .....	(11)
为什么有了十进位制，还要有二进位制 .....	(12)
什么是二进数和八进数 .....	(14)
十进数和二进数怎样互相换算 .....	(15)
十进数和八进数怎样互相换算 .....	(16)
为什么时间和角度的单位采用六十进位制 .....	(16)
什么是小九九 .....	(17)
什么叫整除 .....	(18)
整除有哪些性质 .....	(19)
怎样判别能被 2 或 5、4 或 25、8 或 125 整除的数.....	(20)
怎样判别能被 9 或 3 整除的数 .....	(21)



怎样判别能被 7、11、13 整除的数 .....	(22)
怎样判别能被 12、14、15、18、21 整除的数 .....	(23)
为什么约数和倍数是“双胞胎” .....	(24)
怎样确定一个大于 1 的整数有多少个约数 .....	(24)
什么叫“筛法” .....	(26)
为什么“首同末合十”“末同首合十”的 两个两位数相乘可以速算 .....	(28)
为什么小数点对齐才能相加减 .....	(30)
为什么小数相乘不需要对齐小数点 .....	(30)
为什么除数是小数的除法要把除 数转化成整数后再除 .....	(31)
为什么“0”不能作除数 .....	(31)
求积的近似值和商的近似值有什么不同 .....	(32)
为什么两数相除（除数不为零）不会得 到无限不循环小数 .....	(33)
怎样把循环小数化为分数 .....	(33)
无限小数、无限循环小数和 $\pi$ 有什么区别 .....	(36)
什么是准确数和近似数 .....	(37)
什么叫有效数字 .....	(39)
为什么 0.1 和 0.10 有时相等有时又不等 .....	(39)
为什么异分母分数不能直接相加减 .....	(40)
怎样比较异分母分数大小 .....	(41)
为什么不用通分能很快算出一些复杂的分数加减法 .....	(42)
繁分数和连分数有什么区别 .....	(44)
等式和方程式有什么区别 .....	(46)
什么叫综合法和分析法 .....	(46)
怎样求等差奇数列的和 .....	(48)
什么情况下 $a \times b = a - b$ .....	(49)



数“ $e$ ” .....	( 51 )
$\pi$ 是超越数 .....	( 52 )
什么是最小数原理 .....	( 53 )
什么是孪生素数 .....	( 55 )
什么是“亲和数” .....	( 55 )
什么样的数能组成勾股数 .....	( 57 )
什么是默比乌斯带 .....	( 58 )
什么是黄金分割矩形 .....	( 59 )
为什么直角三角形分割成全等三角形的个数 不一定是完全平方数 .....	( 60 )
为什么答案是错的 .....	( 60 )
圆面积与圆周长的一种特殊关系 .....	( 62 )
为什么圆的周长的计算是极限问题 .....	( 63 )
为什么两箱铁球一样重 .....	( 64 )
为什么五面体 + 四面体可能等于五面体 .....	( 65 )
怎样进行应用题验算 .....	( 66 )
列方程解应用题的关键是什么 .....	( 68 )
怎样利用“假设”的数学思想解答应用题 .....	( 68 )
怎样利用“转化”的数学思想解答应用题 .....	( 69 )
怎样利用“对应”的数学思想解答应用题 .....	( 71 )
怎样用“点图”的思考方法解答应用题 .....	( 72 )
怎样利用“倒推法”灵活巧妙地解决实际问题 .....	( 72 )
怎样利用“列举法”解答应用题 .....	( 73 )
怎样利用“加法原理”解决生活中的实际问题 .....	( 75 )
怎样利用“乘法原理”解决生活中的实际问题 .....	( 75 )
什么叫等差数列和等差数列通项公式 .....	( 77 )
怎样应用“等差数列求和”公式解决实际问题 .....	( 78 )
为什么已知 1992 年元旦是星期三，就能很快	



推出 2000 年“六一”儿童节也是星期三 .....	(80)
不翻日历,你能算出某一天是星期几吗 .....	(80)
你知道数的概念的发展吗 .....	(83)
虚数形成的历史 .....	(84)
是谁首先用 $f(x)$ 表示函数的 .....	(85)
古代数学史上的第一个极值问题 .....	(86)
为什么“卡尔丹公式”有一段不公正的历史 .....	(87)
为什么巴黎科学院宣布不再审查 三大难题的“论文” .....	(88)
关于国际数学奥林匹克竞赛 .....	(89)
为什么说这是“墓碑上的数学” .....	(90)
什么是“高斯问题” .....	(92)
为什么小高斯算得这么快 .....	(93)
什么是“陈氏定理” .....	(95)
为什么欧几里德的“第五公设”不是定理 .....	(96)
为什么“虚几何学”是非欧几何 .....	(97)
为什么说祖暅是“最早提出微积分思想”的人 .....	(98)
康托尔和他的集合论 .....	(99)
“理发师悖论”的数学背景是什么 .....	(100)
你知道谁是三角学的主要奠基人吗 .....	(101)
你知道什么是“菲尔兹奖”吗 .....	(102)
何谓秦九韶“三斜求积术” .....	(103)
什么是《算经十书》 .....	(105)
什么是《周髀算经》 .....	(105)
什么是《九章算术》 .....	(106)
什么叫“抽屉原则” .....	(107)
什么是“中国剩余定理” .....	(109)
什么是“幻方” .....	(111)



什么是“百鸡问题” .....	(114)
什么是“牛吃草”问题 .....	(115)
为什么数学也会发生危机 .....	(117)
五角星的壮歌 .....	(120)
三个二、三个三与三个四 .....	(121)
填数字的卡片 .....	(123)
哪些灯还亮着 .....	(124)
为什么这是一个胜负已定的游戏 .....	(125)
为什么毕达哥拉斯三元数之积能被 60 整除 .....	(126)
为什么你不能中奖 .....	(127)
破碎砧码的妙用 .....	(128)
为什么两个桶里的水还会一样多 .....	(129)
为什么三人同时猜出了帽子的颜色 .....	(131)
为什么“对称”意识能使你在游戏中获胜 .....	(131)
为什么一张牛皮占有的土地上能建筑一座城堡 .....	(133)
长绳的妙用 .....	(134)
为什么客满的旅馆还能住进一位客人 .....	(135)
为什么用尽旅馆的所有房间却装不下 短线段上的点 .....	(136)
为什么模糊数学并不模糊 .....	(137)
为什么存在突变理论 .....	(138)
为什么把海王星叫做“笔尖上的星” .....	(139)
什么是叙古拉猜想 .....	(140)
札波里的奇想 .....	(140)

## 信息科学

什么是“信息高速公路” .....	(142)
信息反馈是怎么回事 .....	(143)



什么是第五次信息革命.....	( 144 )
电子出版物经历了哪几个发展阶段.....	( 146 )
电子书刊的特点是什么.....	( 146 )
什么是音像出版物.....	( 147 )
什么是无线电接力通信.....	( 148 )
为什么对流层散射通信距离远、容量大、 可靠性高.....	( 149 )
为什么流星余迹也可以用来通信.....	( 150 )
微波通讯为什么发展这么快.....	( 151 )
为什么在海洋里不能像在宇宙空间那样使用雷达.....	( 153 )
什么是莱塞雷达.....	( 154 )
雷达为什么能够测风.....	( 155 )
雷达是怎样测雨的.....	( 157 )
怎样利用雷达探测雷电.....	( 159 )
为什么说无线监听可追求更高感受.....	( 160 )
为什么说无线话筒让人们自由地卡拉 OK .....	( 161 )
使用语音识别技术，能让机器人听懂人的话吗.....	( 161 )
你知道什么是光通信吗.....	( 162 )
通信线路是如何发展的.....	( 163 )
电话为什么打不通.....	( 164 )
什么是 IP 电话 .....	( 166 )
你知道电话是怎样工作的吗.....	( 167 )
买 VCD 视盘机时，单碟机和三碟机选哪个比较好 .....	( 168 )
目前，DVD 为什么不能快速取代 VCD .....	( 169 )
为什么说影视点播（VOD）业务潜在市场很大 .....	( 170 )
什么是数字照相机.....	( 171 )
什么是电子计算机.....	( 172 )
为什么把电子计算机叫做电脑.....	( 173 )





谁最先发明了电子计算机.....	( 174 )
电子计算机的发展经历了哪几个阶段.....	( 175 )
什么是第五代电子计算机.....	( 177 )
为什么计算机有记忆能力.....	( 178 )
为什么计算机要用二进位制.....	( 179 )
为什么计算机要有特殊的机房.....	( 182 )
为什么计算机要有兼容机.....	( 183 )
为什么计算机会干活.....	( 184 )
为什么计算机会判卷.....	( 186 )
为什么计算机会下棋.....	( 187 )
为什么计算机会看病.....	( 188 )
为什么计算机会唱歌.....	( 189 )
为什么计算机能猜出你的年龄.....	( 190 )
计算机的智力会超过人吗.....	( 191 )
为什么会出现计算机犯罪.....	( 193 )
为什么计算机能缩短动画片的制作周期.....	( 194 )
为什么计算机会感染上病毒.....	( 194 )
为什么可以用“黑箱方法”了解和使用 电子计算机.....	( 195 )
为什么有人说二进制起源于中国.....	( 196 )
什么是计算机的科学记数法.....	( 197 )
怎样让计算机输出数学用表.....	( 198 )
怎样让计算机输出乘法口诀表.....	( 200 )
怎样让计算机出算术题.....	( 201 )
为什么能跟计算机玩“剪刀，钉锤，布”的游戏.....	( 203 )
为什么说电脑是设计师.....	( 206 )
为什么说电子计算机是绘画大师.....	( 207 )
电子计算机有哪些基本组成部分.....	( 208 )



电子计算机的基本功能是什么.....	( 209 )
什么是鼠标.....	( 210 )
使用磁盘和磁盘驱动器应注意哪些事项.....	( 210 )
怎样查看磁盘文件目录.....	( 212 )
怎样复制一个系统主盘.....	( 213 )
怎样格式化新盘片.....	( 214 )
怎样把 BASIC 程序存在磁盘上 .....	( 216 )
怎样读入和运行磁盘上的 BASIC 程序 .....	( 217 )
什么是调制解调器.....	( 218 )
什么是 EDO 内存 .....	( 218 )
什么是传输介质.....	( 219 )
什么是 HotJava 浏览器 .....	( 220 )
什么是闪速存储器.....	( 221 )
为什么有的芯片叫 Pentium , 有的又叫 586 呢 .....	( 221 )
如何在 Windows 9.X 中设置调制解调器 .....	( 222 )
为什么调制解调器又叫“猫” .....	( 223 )
什么叫路由器.....	( 224 )
什么是计算机软件.....	( 225 )
为什么计算机要有软件.....	( 225 )
为什么说软件是计算机的灵魂.....	( 227 )
为什么计算机要有程序设计语言.....	( 228 )
为什么要学习电子计算机的语言.....	( 229 )
什么是 DOS , 怎样引导 DOS .....	( 230 )
还有哪些常用 DOS 命令 .....	( 231 )
Java 语言是什么样的程序结构.....	( 233 )
什么是“千年虫” .....	( 233 )
你知道形形色色的电脑病毒吗.....	( 234 )
为什么要发展因特网.....	( 236 )



Internet 有什么特点 .....	( 237 )
Internet 上有哪些音乐网址 .....	( 238 )
怎样进行入网登录.....	( 239 )
上网有哪些技巧.....	( 239 )
怎样提高访问 Internet 的速度 .....	( 240 )
怎样在 Internet 上寻人 .....	( 241 )
什么是防火墙.....	( 242 )
什么是 ATM .....	( 243 )
怎样选择网卡.....	( 244 )
通过有线电视上网是怎么回事.....	( 244 )
你知道怎样办理入网手续吗.....	( 245 )
计算机网络有哪些种类.....	( 246 )
何谓网络互连功能.....	( 247 )
什么是家庭网络.....	( 248 )
互联网上唱片公司是怎样工作的.....	( 249 )
有线电视全国联网能一蹴而就吗.....	( 250 )
什么是 IP 地址 .....	( 250 )
你知道如何进行拨号上网吗.....	( 252 )
你知道上网需要支付哪些费用吗.....	( 253 )
上网怎样省钱.....	( 253 )
为什么说远程教学有很大的市场吸引力.....	( 255 )
Intranet 与企业有何关系 .....	( 256 )
怎样避开上网高峰.....	( 257 )
个人上网需要什么条件.....	( 257 )
Internet 有哪些入网方式 .....	( 258 )



# 数 学

## 什么叫集合

集合是数学最基本的概念之一。

把一些单独的物体合起来看成一个整体，就形成一个集合（或集）。例如：

一个学校的所有学生可以作为一个集合。

某飞机场上的所有飞机可以作为一个集合。

笼子里所有的小鸟可以作为一个集合。

所有自然数可以作为一个集合。

需要注意两点：

第一，集合是指这类事物的全体，而不是指个别事物。

第二，集合中包含的事物必须是确定的，即可以确切判断一个事物属于不属于这个集合。如“一切自然数”，它有确定的特征，可以组成一个集合。“一切大的数”这种说法没有表示出确定的界限；“骄傲的小花猫”，对此无法作出明确的判断，所以这些都不能分别组成一个集合。

集合一般用大写字母 A、B、C、M、N、W 等表示。

组成集合的各个物体，叫做这个集合的元素（或“元”）。例如：

一个学校的每个学生是这个学校学生集合的一个元素。

某飞机场的每架飞机是这个飞机场集合的一个元素。

笼子里的每只小鸟是笼子里小鸟集合的元素。

8 是自然数集合的一个元素。



必须注意：集合中的元素一定要相异的。如：1、2、3、4 这四个数可以组成一个集合，而不能由 1、1、1、2 组成一个集合，因为这里的 3 个 1 是同一个元素。

集合中的元素一般用小写字母  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $x$ 、 $y$  等表示。

1 个书包也可以作为一个集合，这个集合只有一个元素，就是这个书包。1 个人也可以作为一个集合，这个集合也只有一个元素，就是这个人。

只有一个元素的集合叫做单元素集。

集合中的元素可以是有限多个，也可以是无限多个，如自然数集，它的元素是无限多个。

由无限个元素所组成的集合作叫做无限集。

一个学校的学生是有限的，所以一个学校学生的集合是有限集。

## 集合怎样表示

集合的表示法有三种。

列举法：把一个集合的所有元素一一列举出来，放在  $\{ \}$  里面。例如：

全体自然数的集合用  $M$  来表示。

记作： $M = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

小于 5 的自然数集合用  $B$  表示。

记作： $B = \{1, 2, 3, 4\}$

描述法：用文字来描述一个集合的特征。

例如：全体自然数组成的集合用  $M$  表示。

记作： $M = \{\text{全体自然数}\}$

小于 5 的自然数组成的集合用  $A$  表示。

记作： $A = \{\text{小于 5 的自然数}\}$



除了上述表示法以外，还可以在一个集合的所有元素外面画一个圈，直观地表示这个集合。这种图叫韦恩图（韦恩是英国的一位逻辑学家）。小学数学课本就采用这种表示法。

若  $x$  是集合  $A$  中的一个元素，我们就说  $x$  属于集合  $A$ 。用  $\in$  表示“属于”，写作： $x \in A$ 。

例如：锐角三角形属于三角形集合，写作：锐角三角形  $\in$  {三角形}。

反过来，若  $x$  不是集合  $A$  中的一个元素，我们就说  $x$  不属于集合  $A$ ，用  $\notin$  表示“不属于”，写作： $x \notin A$ 。

例如：正方形不属于三角形集合，写作：正方形  $\notin$  {三角形}。

## 什么叫子集

请看下面一组集合。

$$M = \{1, 2, 3\}$$

$$N = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$W = \{2, 4, 3, 1\}$$

我们看到，集合  $M$  的每一个元素都是集合  $N$  的元素，我们就说集合  $N$  包含集合  $M$ ， $M$  包含于  $N$ ，写作： $N \supset M$  或  $M \subset N$ （读作  $N$  包含  $M$ ， $M$  包含于  $N$ ），那么集合  $M$  叫做集合  $N$  的子集。

我们又看到，集合  $W$  的每一个元素都是集合  $N$  的元素，我们就说集合  $N$  包含集合  $W$ ， $W$  包含于  $N$ ，那么集合  $W$  是集合  $N$  的子集。

我们仔细观察集合  $N$  包含集合  $M$  与集合  $N$  包含集合  $W$  是有区别的。集合  $M$  的每一个元素都属于集合  $N$ ，但集合  $N$  有一个元素不属于集合  $M$ ，从而得出：



如果集合  $A$  的每一个元素都属于集合  $B$ ，但集合  $B$  至少有一个元素不属于集合  $A$ ，那么集合  $A$  叫做集合  $B$  的真子集。记作： $A \subset B$  或  $B \supset A$ （读作  $A$  包含于  $B$ ， $B$  包含  $A$ ）。例如：

$\{\text{一个班的学生}\} \supset \{\text{一个班的男学生}\}$

$\{\text{10 以内自然数}\} \subset \{\text{全体自然数}\}$

$\{\text{直角三角形}\} \subset \{\text{所有三角形}\}$

一个班的男学生是这个班学生的真子集。

10 以内自然数是全体自然数的真子集。

直角三角形是所有三角形的真子集。

我们又看到集合  $W$  的每一个元素都属于集合  $N$ ，而集合  $N$  的每一个元素也属于集合  $W$ ，从而得出：

如果集合  $A$  包含集合  $B$ ，且集合  $B$  包含集合  $A$ ，则集合  $A$  与  $B$  相等。即

如果  $B \subseteq A$  且  $A \subseteq B$  则  $A = B$

由此可见，两个集合是否相等，只要看它们是否由相同的元素组成，而与元素的排列顺序无关。如：

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{3, 2, 1\}$

$C = \{\text{小于 4 的自然数}\}$

$D = \{\text{6 的约数, 6 除外}\}$

$A = B = C = D$

子集包括真子集与集合相等两种。

每个集合是这个集合本身的子集。空集也是任何一个集合的子集。

$A = \{a, b, c\}$  集合  $A$  有 8 个子集，即： $\emptyset$   $\{a\}$   $\{b\}$   $\{c\}$   $\{a, b\}$   $\{a, c\}$   $\{b, c\}$   $\{a, b, c\}$

一个非空集合至少有两个子集，即集合本身和空集。

在小学数学教材中渗透了一些子集思想。例如用韦恩图表示



四边形的关系。

## 什么叫交集

由集合 A 和集合 B 的共同元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集。写作  $A \cap B$ 。

例如： $\{3, 6, 9, 12, 15\} \cap \{5, 10, 15, 20, 25\} = \{15\}$

又如： $E = \{a, b, c\}$        $F = \{c\}$

$E \cap F = \{c\}$

当  $F \subseteq E$        $E \cap F = F$

当 F 是 E 的子集时，F 是 E、F 的交集。

如果集合 A 和集合 B（都不是空集），没有共同的元素，它们的交集是空集。

$A = \{1, 2, 3\}$      $B = \{a, b, c\}$

$A \cap B = \{ \}$       或  $A \cap B = \emptyset$

我们就说 A 与 B 是不相交集。

在小学数学教材中渗透了一些交集的思想。例如韦恩图表示两个数的公约数和公倍数。

## 什么叫并集

两个集合 A、B 中的元素合在一起组成的新集合，叫做 A 与 B 的并集（若 A、B 有共同元素，只列举一次）。写作  $A \cup B$ 。

例如： $A = \{1, 2, 3\}$      $B = \{4, 5, 6\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

又如： $E = \{a, b, c\}$      $F = \{d, e, c\}$

注意：E、F 的公共元素 c 只算一次，这与数的加法不同。





$$E \cup F = \{a, b, c, d, e\}$$

$$\text{再如: } A = \{\triangle, \bigcirc, \square\} \quad B = \{\triangle, \square\}$$

$$A \cup B = \{\triangle, \bigcirc, \square\}$$

$$\text{当 } B \subset A \quad A \cup B = A$$

B 是 A 的子集时, A 是 B、A 的并集。

从集合的观点来看, 加法运算就是求两个不相交集的并集的基数。例如:

$$2 + 3 = 5$$

两个不相交集的基数都叫做加数, 加法的运算符号叫做加号。加得的结果, 即两个集的并集的基数, 叫做和。

## 什么叫差集

两个集合 A、B, 若集合 C 的所有元素属于 A 但不属于 B, C 就叫做 A 与 B 的补集。写作:  $A - B$  或  $A/B$ 。

$$\text{例如: } A = \{\text{100 以内的自然数}\}$$

$$B = \{\text{能被 5 整除的自然数}\}$$

$$C = A - B = \{\text{100 以内不能被 5 整除的自然数}\}$$

在这里 A 不包含 B。

特殊情况, 若集合 B 是集合 I 的子集, 把集合 I 看作全集, 那么 I 与 B 的差集  $I - B$ , 叫做 B 在 I 中的补集。写作:  $\overline{B}$ 。

$$\text{例如: } I = \{\text{全校的学生}\}$$

$$B = \{\text{全校的男生}\}$$

$$C = \{\text{全校的女生}\}$$

$$\overline{B} = I - B = C$$

反过来,  $\overline{C} = B$ 。

从集合的观点来看, 减法运算是已知两个集合 (不相交) 的并集的基数, 以及其中一个集合的基数, 求另一个集合的基数。



也可以看作是求集合  $I$  与集合  $B$  ( $B$  必须是  $A$  的子集) 的差集的基数。

## 什么叫空集

集合可以没有元素。一个元素也没有的集合叫做空集。写作： $\emptyset$  或  $\{0\}$ 。

例如：光华小学通知说：“数学不及格的同学在本星期六下午补考。”五年级一班没有数学不及格的同学，所以“五年级一班数学不及格同学”这个集合没有元素，它就是一个“空集”。

又如：没有小于 1 的自然数，因此小于 1 的自然数是一个空集。 $\emptyset = \{\text{小于 1 的自然数}\}$ 。

空集和“0”的概念不一样，如小学数学第一册教材讲“0”的时候是这样讲的：圈里有 2 个茶杯，记作“2”，圈里有 1 个茶杯，记作“1”，圈里 1 个茶杯也没有，记作“0”，这里的“2”、“1”、“0”都指的是元素的个数，也就是基数，“基数为 0 的集合”叫空集。

空集和只含有一个元素 0 的集合也不一样，只含有一个元素 0 的集合是单元素集，记作： $\{0\}$ 。

## 什么叫等价集合

两个集合  $A$ 、 $B$ ，如果集合  $A$  里的每个元素，都和集合  $B$  里一个唯一的元素对应；反过来，集合  $B$  里的每个元素，都和集合  $A$  里一个唯一的元素对应，我们就说这两个集合的元素是一一对应的。

两个集合  $A$ 、 $B$ ，如果它们的元素一一对应，两个集合叫做等价集合。记作： $A \sim B$ 。例如：左手手指的集合和右手手指的



集合是等价集合。

我们数数就是利用了等价集合的元素一一对应性质。例如：

{ ○ ○ ○ ○ ○ ○ }

{1 2 3 4 5 6 }

数到最后一个圆圈“6”，就是圆圈这个集合的元素的个数（这个集合的基数）是6。

利用一一对应，可以比较两个集合的元素的个数。例如：

{○○○}                      {△△△}

{△△△} 相等                      {□□□□} □比△多

对于有限集合，如果两个集合等价，那么它们的元素个数相等，对于无限集合来说，则不是这样。如：

自然数集合 = {1, 2, 3, ……}

偶数集合 = {2, 4, 6, ……}

很显然，偶数集合是自然数集合的真子集，因此，初看起来偶数集合里的元素“个数”要比自然数集合少，但是偶数集仍然可以和自然数集建立一一对应的关系，因而这两个无限集合是等价的。

由此可见，一个集合能否与它的真子集等价，是区别有限集合与无限集合的分界线。

## 什么叫函数

在某一过程中可以取不同数值的量，叫做变量，在这一过程中保持一定数值的量，叫做常量。表示常量的数叫做常数。

例如：一台抽水机每秒钟抽水 30 千克，那么抽水总量  $y$  和时间  $x$  之间有下面的关系： $y = 30x$ 。 $x, y$  都可以取不同的数值，都是变量，30 千克在抽水过程中保持不变的量。

对于自变量的每一个确定的值，另一个变量都有确定的值和



它对应，这样的变量叫做自变量的函数。

如上例：时间  $x$  的值可以在  $x \geq 0$  的范围内任意选取，对于  $x$  的每一个确定的值，抽水总量  $y$  都有唯一确定的值和它对应。

$x$ (小时)	1	2	3	4	5	.....
$y$ (千克)	30	60	90	120	150	.....

$x$  是自变量， $y$  是  $x$  的函数。

如果  $y$  是  $x$  的函数，一般可以记作： $y = f(x)$ 。

自变量的取值范围叫做函数的定义域。

在小学数学教材中渗透函数知识。

$y = x + 5$  (一次函数)

$y = 6x$  (正比例函数)

$y = \frac{k}{x}$  (反比例函数)

$y = x^2$  (二次函数)

## 什么叫自然数

我们数物体时，用来表示物体个数的 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11.....叫做自然数。

在自然数中，1 是最小的。任何一个自然数都是由若干“1”组成的。所以，1 是自然数的单位。如果从 1 起，把自然数按照后面的一个数比前面的一个多“1”的顺序排列起来，就得到一系列数：

1、2、3、4、5.....

这个由全体自然数依次排列成的一系列数叫做自然数列。自然数列有以下性质：



- 一、自然数列是有始的，1 是自然数列最前面的一个数；
- 二、自然数列是有序的，即自然数列每一个数的后面都有一个而且只有一个后继数。
- 三、自然数列是无限的，即自然数列里不存在“最后”的数。

## 为什么说“0”不是自然数

自然数是表示“有”的符号，是从数物体个数的过程中产生的，因此，它是对数量的肯定；而在实践中，常常会遇到一个物体也没有的情况，如房间里一个人也没有，盒子里一支笔也没有等等，“0”是表示“没有”的符号，是对数量的否定。

“0”是一个数，但不是自然数，它小于自然数 1，也就小于一切自然数。

“没有”用“0”来表示，但是“0”不仅仅表示“没有”，在特定的条件下，“0”还含有特定的内容。

“0”既不是正数，也不是负数，它是仅有的一个中性数。“0”是正负数的分界，它对应于数轴上的一点，便决定了其它各点的位置。从“0”点起，在一条直线上的某一方面被定为正，而相反的方向则为负。因此，数轴上原点“0”比表示正负数的任何点都更为重要。

在温度计上，“0”度是零上温度和零下温度的分界线。当气温是“0”摄氏度时，我们可以实实在在地感觉到它的存在，因此，不能说“0”度是“没有”温度。

“0”在记数中可以用来占位。在一个四位数中，千位是 6，百位、十位、个位上没有数，就要用“0”来占位，写成 6000，这里的“0”既不能随意增添，也不能随意删去，增添了，使原数扩大若干倍，删去了，使原数缩小若干倍，造成错误。



“0”可以参加运算。任何数与0相加，它的值不变。即： $a + 0 = a$ ， $0 + a = a$ 。任何数减0，它的值不变。即： $a - 0 = a$ 。相同的两个数相减，差等于0。即： $a - a = 0$ 。任何数与0相乘，积等于0。即： $a \times 0 = 0$ ， $0 \times a = 0$ 。0被非零的数除，商等于0。即： $a \neq 0$ ， $0 \div a = 0$ 。

“0”是一个偶数，因为它能被2整除；“0”是任意自然数的倍数；“0”不能作除数，因为它作除数是无意义的，或是商不存在的，或是得不到确定的商；“0”可以作为刻度的起点；“0”的相反数还是0；“0”没有倒数；“0”和自然数都是整数。

随着数学知识的不断扩充，对“0”的认识也将更加全面。如引入绝对值的概念之后，“0”的绝对值等于0，即： $|0| = 0$ ；引入指数的概念之后，任何非零的数的0次幂等于1，即： $a \neq 0$ ， $a^0 = 1$ ……

## 为什么要建立进位制

人类早期，为了数猎物、果实等物体的需要，逐渐产生了数。人的手指是最早的计数工具。随着生产力的不断发展，人们在实践中接触的数目越来越多，也越来越大，因而需要给所有自然数命名。但是自然数有无限多个，如果对于每一个自然数都给一个独立的名称，不仅不方便，而且也不可能，因而产生了用不太多的数字符号来表示任意自然数的要求，于是，在产生记数符号的过程中，逐渐形成了不同的进位制度。可能由于人们常用十个手指来计数的缘故，多数民族都采用了“满十进一”的十进制。

按照十进制计数法，我国是这样给自然数命名的。自然数列的前九个数各给以单独的名称，即：一、二、三、四、五、六、七、八、九；按照“满十进一”规定计数单位。10个一叫做十，



10 个十叫做百，10 个百叫做千，10 个千叫做万，10 个万叫做十万，10 个十万叫做百万，10 个百万叫做千万，10 个千万叫做万万，再给以新的名称叫做亿，亿以上又有十亿，百亿，千亿等等。这样，每四个计数单位组成一级，个、十、百、千级称为个级，万、十万、百万、千万称为万级，亿、十亿、百亿、千亿称为亿级等等。

其他自然数的命名，都由前九个数和计数单位组合而成。例如，一个数含有 3 个千、4 个百、5 个十、6 个一，就称作三千四百五十六。并且规定，除个级外，每一级的级名只在这一级的末尾给出。例如，一个数含有 5 个百万，2 个十万，6 个万，就称作五百二十六万。

世界上许多国家的命数法不是四位一级，而是三位一级，10 个千不给新的名称，就叫十千，到千千才给新的名称——密（译音），这样从低到高，依次是：个、十、百（是个级）；千、十千、百千（是千级）；密、十密、百密（是密级）等。

## 为什么有了十进 位制，还要有二进位制

用十进位制来记数和运算，是大家都习惯和熟悉的事。十进位制采用“满十进一”的“十进”计数、读数、写数的方法，即相邻的两个单位间的进率是十，有十个记数符号：0、1、2、3、4、5、6、7、8、9，把它们写在不同的数位上，数字所代表的数值就不同。所以，用十个数字与位置相结合，就可以写出一切自然数，是世界各个国家通常使用的一种进位制。

为什么有了十进位制以后，还要有二进位制呢？二进位制是什么样的，它有什么特别呢？

二进位制是“满二进一”，写一个二进位制的数只有 0 和 1



两个数字，根据位值原则，“一”至“十”各数的写法如下：

一记作 1，      二记作 10，  
三记作 11，      四记作 100，  
五记作 101，      六记作 110，  
七记作 111，      八记作 1000，  
九记作 1001，      十记作 1010，

用 0 和 1 这两个数字，也可以写出任何数值的数来。

由于二进位制只有两个基本数 0 和 1，这就优于十个数字的十进位制，只要找到有两种稳定状态的元件，就可以用来表示二进位制的数了，在自然界中具有两种稳定状态的元件是很多的，如开关的“开”和“关”，纸带有“有孔”和“无孔”。只需“通电”和“断电”两种信号来表示 0 和 1，所以，二进位制被广泛应用于电子计算机中。

采用二进位制还能使计算简单化。如果用二进位制做加法，对每一位来说只可能有 4 种情况： $0+0=0$ ， $0+1=1$ ， $1+0=1$ ， $1+1=10$ 。而十进位制做加法，情况就要复杂得多， $0+0$ ， $0+1$ ， $0+2$ ，…… $1+0$ ， $1+1$ ，… $2+0$ ， $2+1$ ， $2+2$ ，…… $3+0$ ， $3+1$ ， $3+2$ ，…… $9+0$ ， $9+1$ ，…… $9+9$  等 100 种情况。做减法、乘法、除法也同样是二进位制只有几种情况，十进位制有近百种情况。在四则运算中，满足四种情况自然优于满足一百种情况，由于算法简单，也就使电子计算机的运算器结构简单一些。

因此，二进位制的产生，是因为它具有一定的有利条件和适应现代化建设的需要。

十进位制和二进位制是两种不同的进位制。平时，人们习惯使用的是十进位制的数，而电子计算机运算是用二进位制的数，当电子计算机运算后得到二进位制的数以后，人们仍将用十进位制数把它表示出来，所以，两种不同的进位制之间是可以进行换算的，关于这个问题，以后有机会我们再作介绍，你不妨自己试





着先研究研究。实际上，电子计算机里也配备有将两种进位制进行换算的程序，这是人类智慧的结晶。

## 什么是二进数和八进数

用几进制写出的数，我们就简称它是几进数，用十进数写出的数，就叫做十进数。二进数和八进数，就是分别用二进制、八进制写出的数。

在一种进位制中，某一单位满一定个数就组成一个相邻较高的单位，这个一定的个数就叫做这种进位制的底数。例如，十进制的底数是 10，八进制的底数是 8，二进制的底数是 2。进位制的底数是 1 以外的任何自然数。

每一种进位制都可以按照位值原则来记数。由于每种进位制底数不同，所用数字个数也不同。十进制要用包括 0 在内的十个数字；八进制要用包括 0 在内的八个数字，即 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 和 0；二进制只用 1 和 0 两个数字。由于二进制只有两个数字，决定了它的运算法则比较简单，并且由于 1 和 0 可以与开和关，有孔和无孔等建立对应，所以二进制广泛应用于电子计算机中。但是，用二进制记数位数比较多，使用很不方便，因此，在编制计算机的解题程序和在设计控制台的实际工作中，在二进制的基础上，有的采用八进制。

为了标明是哪个进位制中的数，一般在数的右下角注出进位制的底数。十进制除特殊需要以外，一般不注出底数。

用二进制记数的原则是“满二进一”，例如，零写作  $(0)_2$ ，一写作  $(1)_2$ ，二写作  $(10)_2$ ，三写作  $(11)_2$ ，四写作  $(100)_2$ ，五写作  $(101)_2$ ，六写作  $(110)_2$ ，七写作  $(111)_2$ ，八写作  $(1000)_2$ 。

因为二进制是满二进一，所以二进数的各个数位上的计数单



位是：从右边起，第一位是一（ $2^0$ ），第二位是二（ $2^1$ ），第三位是四（ $2^2$ ），第四位是八（ $2^3$ ），第五位上是十六（ $2^4$ ）……

用八进制记数的原则是“满八进一”，例如八写作（ $10_8$ ），九写作（ $11_8$ ），六十四写作（ $100_8$ ）。

因为八进制是满八进一，所以，八进数的各个数位上的计数单位是：从右边起，第一位是一（ $8^0$ ），第二位是八（ $8^1$ ），第三位是六十四（ $8^2$ ），第四位是五百一十二（ $8^3$ ）……

## 十进数和二进制怎样互相换算

要把一个十进数化成二进制，根据满二进一的原则，用底数 2 去除这个十进数，所得的余数是二进制的第一位数；第二次用 2 去除第一次除得的商，所得的余数是二进数的第二位数；第三次是用 2 去除第二次除得的商，所得的余数是二进数的第三位数……继续除下去，直到商 0 余 1 为止，最后所得的余数就是二进制最左边的一位上的数。

例如，把 79 化成二进制。

$$79 \div 2 = 39 \dots 1 \text{ (余数 1 是二进制的第一位数)}$$

$$39 \div 2 = 19 \dots 1 \text{ (余数 1 是二进数的第二位数)}$$

$$19 \div 2 = 9 \dots 1 \text{ (余数 1 是二进数的第三位数)}$$

$$9 \div 2 = 4 \dots 1 \text{ (余数 1 是二进数的第四位数)}$$

$$4 \div 2 = 2 \dots 0 \text{ (余数 0 是二进数的第五位数)}$$

$$2 \div 2 = 1 \dots 0 \text{ (余数 0 是二进数的第六位数)}$$

$$1 \div 2 = 0 \dots 1 \text{ (余数 1 是二进数的第七位数)}$$

按筒头顺序写，就得：

$$79 = (1001111)_2$$

要把一个二进制化成十进数，先将二进制写成底数 2 的幂的和的形式，再按照十进数的计算法则算出结果，就是这个二进制



化成的十进数。

例如，把  $(1100101)_2$  化成十进数。

$$(1100101)_2 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 64 + 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 101$$

## 十进数和八进数怎样互相换算

要把一个十进数化成八进数，根据满八进一的原则，用底数 8 去除这个十进数，所得的余数是八进数的第一位数；第二次用 8 去除第一次除得的商，所得的余数是八进数的第二位数；第三次用 8 去除第二次除得的商，所得的余数是八进数的第三位数……继续除下去，直到商 0 为止，最后所得的余数就是八进数最左边的一位上的数。

例如，把 461 化成八进数。

$$461 = (715)_8$$

要把一个八进数化成十进数，先将八进数写成底数 8 的幂的和的形式，再按照十进数的计算法则算出结果，就是这个八进数化成的十进数。

$$\text{例如，} (205)_8 = 2 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 133$$

## 为什么时间和角度的单位采用六十进位制

时间的基本单位是“小时”，角度的基本单位是“度”。从表面看来，两者之间没有什么关系，可是，为什么它们都分成分、秒等名称相同的低级单位呢？为什么又都采用六十进位制呢？我们仔细研究一下，就可以发现，这两种量之间有着密切的联系。我们的祖先在研究天文和历法的时候，观察地球自转的角度是和



时间紧密联系在一起的。因为历法需要较高的精确度，时间单位“小时”和角度单位“度”都嫌太大，必须进一步研究它们的低级单位。

因为 60 有 12 个约数，它能使  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$ ……都能成为它的整倍数。以  $\frac{1}{60}$  作单位，那么  $\frac{1}{2} = \frac{30}{60}$ ，即 30 个  $\frac{1}{60}$ ； $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}$ ，即 20 个  $\frac{1}{60}$ ； $\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$ ，即 15 个  $\frac{1}{60}$ ； $\frac{1}{5} = \frac{12}{60}$ ，即 12 个  $\frac{1}{60}$ ； $\frac{1}{6} = \frac{10}{60}$ ，即 10 个  $\frac{1}{60}$ ……等，说明六十进位制有它的好处。数学上习惯地把 1 小时的  $\frac{1}{60}$  和 1 度的  $\frac{1}{60}$  的单位称作 1 分，用符号“′”来表示；把 1 分的  $\frac{1}{60}$  的单位称作 1 秒，用符号“″”来表示。如果是 5 分 31 秒，可以记作 5′31″；48 度 15 分 23 秒，可以记作 48°15′23″。

在体育比赛中，往往用到比“秒”还要精确的时间来说明比赛的成绩，如男子一百米短跑的世界记录是 9″90，表示：九又百分之九十秒。

## 什么是小九九

小九九是乘法口诀中的一种。乘法口诀（也叫“九九歌”）在我国很早就已产生。远在春秋战国时代，九九歌诀就已经广泛地被人们利用。在当时的许多著作中，已见引用部分的乘法口诀。完全的乘法口诀，最早见于《孙子算经》，从“九九八十一”起到“一一如一”止共 45 句口诀。敦煌发现的古“九九术残木简”上也是从“九九八十一”开始的。“九九”之名就是取口诀开头的两个字。大约在宋朝（公元 12、13 世纪）九九歌的顺序



才变成和现代用的一样，即从“一一如一”起到“九九八十一”止。元代朱世杰著《算学启蒙》一书所载的45句口诀，就是从“一一”到“九九”，并称为九数法。

由于我国语言都是单音节，九九口诀非常简捷方便，是我国特有的提高乘、除计算能力的一种方法。

现在用的乘法口诀有两种，一种是45句的，通常称为小九九，还有一种是81句的，通常称为大九九。

## 什么叫整除

整数  $a$  除以整数  $b$  ( $b \neq 0$ )，除得的商正好是整数而没有余数，我们就说  $a$  能被  $b$  整除，记作  $a:b$ ，或者说  $b$  整除  $a$ ，记作  $b|a$ 。

判定一个整数能不能被另一个不为零的整数整除，只要进行除法运算，如果所得的余数是0，就是整除的情况；如果所得的余数不是0，就是不能整除的情况。如果  $a$  不能被  $b$  整除，或者说  $b$  不能整除  $a$ ，记作  $b \nmid a$ 。

例如，9 能整除 27，9 不能整除 25，记作  $9|27$ ， $9 \nmid 25$ 。

应该注意，整除的概念是在整数范围内讨论的，只有当被除数、除数和商都是整数（除数不能是零）时，才能叫做整除。引进小数后，出现了  $9 \div 2 = 4.5$ ， $7.5 \div 3 = 2.5$ ， $5.8 \div 0.5 = 11.6$  的情况，只能说被除数能被除数除尽，而不能说整除。因此，整除和除尽是两个完全不同的概念，应当严格区分。数  $a$  能被数  $b$  整除，数  $a$  必然能被数  $b$  除尽，如果数  $a$  能被数  $b$  除尽，数  $a$  不见得能被数  $b$  整除。因此，整除是除尽情况的特例。



## 整除有哪些性质

性质1 如果甲数整除乙数，而乙数整除丙数，那么甲数必整除丙数。这一性质称为传递性，可以表示为：

如果  $a|b$ ， $b|c$ ，那么  $a|c$ 。

例如： $2|6$ ， $6|18$ ，那么  $2|18$ 。

性质2 如果两个数都能被一个数整除，那么它们的和或差也能被这个数整除。这一性质称为“和、差整除性质”，可以表示为：

如果  $a|c_1$ ， $a|c_2$ ，那么  $a|(c_1 \pm c_2)$

例如： $9|63$ ， $9|45$ ，那么  $9|(63 \pm 45)$ ，即  $9|108$ ， $9|18$ 。

注意：对于差的情况，小学数学中要求  $C_1 - C_2 \geq 0$ ，待引入负数后，这一限制可以去掉。

性质3 如果两个整数  $C_1$ 、 $C_2$  中，有一个能被  $a$  整除，而另一个不能被  $a$  整除，那么它们的和（或差）一定不能被  $a$  整除。

例如： $3|27$ ， $3 \nmid 10$ 。

而  $27 + 10 = 37$   $27 - 10 = 17$

那么  $3 \nmid 37$ ， $3 \nmid 17$

性质4 如果一个整数能被一个自然数整除，那么这个整数与另一整数的积也能被这一自然数整除。这一性质简称为“积的整除性质”，可以表示为：

如果  $b|a$ ， $k$  为整数，那么  $b|ka$ 。

例如： $19|38$ ， $76 = 38 \times 2$

那么  $19|76$ 。

由此还可以得出：如果一个自然数能整除几个整数中间的某一个，那么，它必能整除它们的积。



例如：因为  $13|39$

所以  $13|39 \times 7 \times 128$

## 怎样判别能被 2 或 5、 4 或 25、8 或 125 整除的数

一个数能被 2（或 5）整除的特征：一个数的末一位数能被 2（或 5）整除，这个数就能被 2（或 5）整除。否则不能被 2（或 5）整除。

例如：判断 7134、280 能否被 2、5 整除。

因为 7134 的末位数是 4 能被 2 整除，不能被 5 整除，所以  $7134 \dots 2$ ，7134 不能被 5 整除。

因为 280 的末位数是 0 能被 2、5 整除，所以  $280 \dots 2$ ，280  $\dots 5$ 。

我们知道，任何一个自然数，都可以表示成 10 的幂的和的形式。例如：

$$7134 = 7 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 3 \times 10 + 4$$

把这个等式改写成：

$$7134 = (7 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 3) \times 10 + 4$$

这个等式的右边是两部分数的和，其中第一个加数中有因数 10，10 能被 2 或 5 整除，根据数的整除性质 4，第一个加数一定能被 2 或 5 整除。又根据数的整除性质 2，决定 7134 能否被 2 或 5 整除是第二个加数 4（也就是这个数的末位数）能否被 2 或 5 整除。

一个能被 4 或 25 整除的数的特征是：这个数的末两位数能被 4 或 25 整除。

例如：判断 7132、1875 能否被 4、25 整除。

因为 7132 的末两位数 32 能被 4 整除，不能被 25 整除，所



以 7132...4, 7132 不能被 25 整除。

因为 1875 的末两位数 75 不能被 4 整除, 能被 25 整除, 所以 1875 不能被 4 整除, 1875...25。

$$\begin{aligned}\text{同样道理 } 1875 &= 1 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 7 \times 10 + 5 \\ &= (1 \times 10 + 8) \times 10^2 + 75\end{aligned}$$

这个等式右边的第一个加数中有因数 100, 100 能被 4 或 25 整除, 第一个加数一定能被 4 或 25 整除。决定 1875 能否被 4 或 25 整除是第二个加数 75 (也就是这个数的末两位数) 能否被 4 或 25 整除。

一个能被 8 或 125 整除的数的特征是: 这个数的末三位数能否 8 或 125 整除。

例如: 判断 6128、7375 能不能被 8、125 整除。

$\because 8 \nmid 128 \therefore 8 \nmid 6128$ ;  $\because 125 \nmid 128 \therefore 125 \nmid 6128$ ;  $\because 8 \nmid 375 \therefore 8 \nmid 7375$ ;  $\because 125 \nmid 375 \therefore 125 \nmid 7375$ 。

此特征的理由请读者自己想一想。

## 怎样判别能被 9 或 3 整除的数

能被 9 或 3 整除的数的特征是: 这个数的各个数位上的数的和能被 9 或 3 整除。

例如: 判断 2736、1734 能不能被 9、3 整除。

$\because 2 + 7 + 3 + 6 = 18, 9 \mid 18, 3 \mid 18, \therefore 9 \mid 2736, 3 \mid 2736$ 。

$\because 1 + 7 + 3 + 4 = 15, 9 \nmid 15, 3 \mid 15, \therefore 9 \nmid 1734, 3 \mid 1734$ 。

我们把 2736 分解为:

$$\begin{aligned}2736 &= 2000 + 700 + 30 + 6 \\ &= 1000 \times 2 + 100 \times 7 + 10 \times 3 + 6 \\ &= (999 + 1) \times 2 + (99 \times 1) \times 7 + (9 + 1) \times 3 + 6 \\ &= 999 \times 2 + 2 + 99 \times 7 + 7 + 9 \times 3 + 3 + 6\end{aligned}$$





$$= 111 \times 9 \times 2 + 2 + 11 \times 9 \times 7 + 7 + 9 \times 3 + 3 + 6$$

$$= (111 \times 2 + 11 \times 7 + 3) \times 9 + (2 + 7 + 3 + 6)$$

这个等式右边的第一个加数中有因数 9，9 能被 9 或 3 整除，因此第一个加数一定能被 9 或 3 整除。决定 2736 能否被 9 或 3 整除是第二个加数  $2 + 7 + 3 + 6$  的和（也就是这个数各个数位上的数的和）能否被 9 或 3 整除。

## 怎样判别能被

### 7、11、13 整除的数

能被 7、11、13 整除的数的特征是：这个数的末三位数和末三位以前的数字所组成的数之差（用两数中较大的数减较小的）能被 7、11 或 13 整除。

例如：判断 98203、1005928 能不能被 7、11、13 整除。

98203 的末三位数是：203

末三位数以前的数字所组成的数是：98

$$203 - 98 = 105$$

$$\because 7 \mid 105 \quad 11 \nmid 105 \quad 13 \nmid 105$$

$$\therefore 7 \mid 98203 \quad 11 \nmid 98203 \quad 13 \nmid 98203$$

1005928 的末三位数是：928

末三位数以前的数字所组成的数是：1005

$$1005 - 928 = 77$$

$$\therefore 7 \mid 77 \quad 11 \mid 77 \quad 13 \nmid 77$$

$$\because 7 \mid 1005928 \quad 11 \mid 1005928$$

$$13 \nmid 1005928$$

此特征的理由是：

$$98203 = 98 \times 1000 + 203$$

$$= 98 \times 1001 + (203 - 98)$$



因为  $1001 = 7 \times 11 \times 13$ ,  $98 \times 101$  也能被 7、11 和 13 整除就要看第二个加数  $203 - 98$  的差 (即这个数末三位数与末三位数以前的数字组成的数之差) 能被 7、11 或 13 整除。

能被 11 整除的数的特征: 一个数的偶数位上的数之和与奇数位上数之和的差 (大的数作被减数) 能被 11 整除, 这个数就能被 11 整除。

例如: 判断 4325321 能否被 11 整除。

$$\because (4+3+2+1) - (3+5+2) = 0$$

$$11 \mid 0 \quad \therefore 11 \mid 4325321$$

## 怎样判别能被 12、 14、15、18、21 整除的数

一个数既能被 3 整除, 又能被 4 整除 (3 和 4 是互质数), 这个数一定能被 12 整除。

例如: 判断 4572、3414 能否被 12 整除。

$$\because 3 \mid 4572 \quad 4 \mid 4572 \quad \therefore 12 \mid 4572$$

$$\because 3 \mid 3414 \quad 4 \nmid 3414 \quad \therefore 12 \nmid 3414$$

一个数既能被 2 整除, 又能被 7 整除 (2 和 7 是互质数), 这个数一定能被 14 整除。

例如: 判断 987、343252 能否被 14 整除。

$$\because 7 \nmid 987 \quad 2 \nmid 987 \quad \therefore 14 \nmid 987$$

$$\because 7 \mid 343252 \quad 2 \mid 343252$$

$$\therefore 14 \mid 343252$$

一个数既能被 3 整除, 又能被 5 整除 (3 和 5 是互质数), 这个数一定能被 15 整除。

例如: 判断 7605、4210 能否被 15 整除。

$$\because 3 \mid 7605 \quad 5 \mid 7605 \quad \therefore 15 \mid 7605$$



$$\because 3 \nmid 4210 \quad 5 \nmid 4210 \quad \therefore 15 \nmid 4210$$

一个数既能被 2 整除，又能被 9 整除（2 和 9 是互质数），这个数一定能被 18 整除。

例如：判断 4374、5214 能否被 18 整除。

$$\because 2 \mid 4374 \quad 9 \mid 4374 \quad \therefore 18 \mid 4374$$

$$\because 2 \mid 5214 \quad 9 \nmid 5214 \quad \therefore 18 \nmid 5214$$

一个数既能被 3 整除，又能被 7 整除（3 和 7 是互质数），这个数一定能被 21 整除。

$$\because 3 \mid 12138 \quad 7 \mid 12138 \quad \therefore 21 \mid 12138$$

$$\because 3 \mid 20760 \quad 7 \nmid 20760 \quad \therefore 21 \nmid 20760$$

## 为什么约数和倍数是“双胞胎”

$a$ 、 $b$  是任意两个整数，其中  $b \neq 0$ 。如果  $a$  能被  $b$  整除，那么  $a$  叫做  $b$  的倍数， $b$  叫做  $a$  的约数（也叫因数）；如果  $a$  不能被自然数  $b$  整除，那么， $a$  不是  $b$  的倍数，或得说  $b$  不是  $a$  的约数。例如  $8 \div 4 = 2$ ，8 是 4 的倍数，4 是 8 的约数。因为  $2 \nmid 7$ ，所以 7 不是 2 的倍数，2 不是 7 的约数。

约数和倍数表明的是两个数之间的关系，所以是互相依存的“双胞胎”。 $12 \div 3 = 4$ ，只能说：“12 是 3 的倍数，3 是 12 的约数。”而不能说：“12 是倍数”，因为 12 是 3 的倍数，12 却不是 5 的倍数。也不能说：“3 是约数”，因为 3 是 12 的约数，3 却不是 10 的约数。

## 怎样确定一个大 于 1 的整数有多少个约数

在数学竞赛中，经常出现一个数有多少个约数的题目。怎样



很快确定它们约数的个数呢？我们先来讨论 108 共有几个约数？如果我们把 108 的约数一个不落地写出来，再数一数，是能找到答案的。为达到这个目的，先将 108 分解质因数， $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$ ，下面把 108 的约数从小到大写出来，依次为 1、2、3、4、6、9、12、18、27、36、54、108，共 12 个。这 12 个约数还可用下面数阵的形式列出。

1	3	$3^2$	$3^3$
2	$2 \times 3$	$2 \times 3^2$	$2 \times 3^3$
$2^2$	$2^2 \times 3$	$2^2 \times 3^2$	$2^2 \times 3^3$

这个数阵的规律是先将只有 2 的约数写成一竖列，把只含有 3 的约数写成一横行，然后把竖列、横行中的一些数的积写在相应的位置上，这样得到的数阵包含了原数的所有的约数。

在上面的数阵中，每列有 3 个约数，有 4 列  $3 \times 4 = 12$ ，所以一共有 12 个约数。但当数较大时，这样做很麻烦，有没有别的好方法呢？我们观察等式  $108 = 2^2 \times 3^3$ ，如果把式子中的指数 2 与 3 分别加 1，得 3 和 4，而  $3 \times 4$  正好是 12，与 108 约数个数相同。

因此，一个大于 1 的整数的约数的个数，等于它的质因数分解式中每个质因数的指数加 1 的连乘积。又如 45000 有多少个约数？

因为  $45000 = 2^3 \times 3^2 \times 5^4$

而  $(3+1) \times (2+1) \times (4+1) = 60$ ，所以 45000 有 60 个约数。



## 什么叫“筛法”

“筛法”是一种求质数的方法。是公元前 300 年左右由古希腊著名数学家埃拉托色尼提出的，所以，也叫埃拉托色尼筛法。

埃拉托色尼把自然数 1、2、3、4……写在一块涂了一层白蜡的板上，将去掉数的地方用工具刺成小孔，很像一个筛子。因为用它把有的合数都筛掉，留下的都是质数，所以，人们把这种求质数的方法叫做“筛法”。

筛法的根据是：对于一个正整数  $N$ ，如果不能被小于或等于  $N$  的任何一个正整数所整除，那么这个数  $N$  必定是质数。

具体的做法是：（以 100 以内的质数的筛选为例）先把 1 到 100 这一百个数依次排列（如下表）。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	...	...						

1 不是质数也不是合数，先划去或圈上。

①，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12……

留下 2，把 2 后面所有 2 的倍数都划去，凡是 2 的倍数都是偶数，也就是把 2 后面的所有偶数划去；

①，2，3，~~4~~，5，~~6~~，7，~~8~~，9，10，~~11~~，12，~~13~~，14  
……

留下 3，把 3 后面所有 3 的倍数都划去；

①，2，3，4，5，~~6~~，7，8，~~9~~，10，11，12，~~13~~，14，  
15，16……

留下 5，把 5 后面的所有 5 的倍数都划去，也就是把 5 后面



所有个位是 0 和 5 的数都划去；

① 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16.....

留下 7, 把 7 后面所有 7 的倍数都划去；

如此继续做下去，一直筛到 100 以内的合数全部划尽。

下面的表就是筛去了全部合数后，得到的 100 以内的质数。

①	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	

100 以内质数有：2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97 共 25 个。



## 为什么“首同末合十”“末同首合十”的两个两位数相乘可以速算

两个两位数相乘，它们的十位数相同，个位数的和是 10，称作“首同末合十”，如  $43 \times 47$ ， $26 \times 24$ ， $58 \times 52$  等。

两个两位数相乘，它们的个位数相同，十位数的和是 10，称作“末同首合十”，如  $43 \times 63$ ， $26 \times 86$ ， $58 \times 58$  等。

“首同末合十”“末同首合十”的两个两位数相乘可以不用笔算，掌握了速算方法，便可以迅速口算出相乘的积来。

“首同末合十”的速算方法是：先用十位数乘以比它多 1 的数，所得结果作为积的前两位数，两个个位数相乘作为积的后两位数。

$$\begin{aligned} \text{如 } 43 \times 47 &= 4 \times (4 + 1) \times 100 + 3 \times 7 \\ &= 2000 + 21 \\ &= 2021 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26 \times 24 &= 2 \times (2 + 1) \times 100 + 6 \times 4 \\ &= 600 + 24 = 624 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 58 \times 52 &= 5 \times (5 + 1) \times 100 + 8 \times 2 \\ &= 3000 + 16 = 3016 \end{aligned}$$

“末同首合十”的速算方法是：先用十位数相乘的积加上一个位数，所得的结果作为积的前两位数，个位数的平方作为积的后两位数，如果个位数平方不满十，积的十位上用“0”占位。

$$\begin{aligned} \text{如 } 43 \times 63 &= (4 \times 6 + 3) \times 100 + 3^2 \\ &= 2700 + 9 \\ &= 2709 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26 \times 86 &= (2 \times 8 + 6) \times 100 + 6^2 \\ &= 2200 + 36 \end{aligned}$$



$$= 2236$$

$$58 \times 58 = (5 \times 5 + 8) \times 100 + 8^2$$

$$= 3300 + 64$$

$$= 3364$$

那么速算方法的根据又是什么呢？

“首同末合十”是这样推导出来的：

设两个两位数的十位数是  $a$ ，个位数分别是  $b$  和  $c$ ，而且  $b + c = 10$ ，这两个两位数相乘，可以写成：

$$(10a + b)(10a + c)$$

$$= 100a^2 + 10ab + 10ac + bc$$

$$= 100a^2 + 10a(b + c) + bc$$

$$= 100a^2 + 100a + bc$$

$$= a(a + 1) \times 100 + bc$$

$a(a + 1) \times 100 + bc$  表示用十位数乘以比它多 1 的数，再乘以 100，得到相乘的积有多少个百，再加上个位数的积，便是这两个两位数相乘的结果。

“末同首合十”是这样推导出来的：

设两个两位数的个位数都是  $c$ ，十位数分别是  $a$  和  $b$ ，而且  $a + b = 10$ 。这两个两位数相乘可以写成：

$$(10a + c)(10b + c)$$

$$= 100ab + 10ac + 10bc + c^2$$

$$= 100ab + 10c(a + b) + c^2$$

$$= 100ab + 100c + c^2$$

$$= (ab + c) \times 100 + c^2$$

$(ab + c) \times 100 + c^2$  表示用十位数相乘的积加上一个个位数，所得结果乘以 100，便是相乘的积有多少个百，再加上个位数的平方，就是这两个两位数相乘的结果。





## 为什么小数点对齐才能相加减

在计算加、减法时，都要相同计数单位才能相加减。在整数中，从右边起，第一位是个位，第二位是十位，第三位是百位……因此，在计算整数加减法的竖式中，只要末位对齐，相同数位就对齐了，相同计数单位也就能相加减了。在小数中，小数点的左边是整数部分，第一位是个位，第二位是十位，第三位是百位……，小数点右边是小数部分，第一位是十分位，第二位是百分位，第三位是千分位……在计算小数加、减法的竖式中，只要小数点对齐，相同数位就对齐了，相同计数单位也就同样能相加减了，而不必考虑小数的末位是不是一定对齐，因为相加减的两个小数，小数的位数不一定相同，如  $2.15 + 4.327$  第一个加数两位小数，末位是百分位，第二个加数是三位小数，末位是千分位，如果末位对齐，5 个百分之一和 7 个千分之一怎么能相加呢？因此在小数加减中，小数点对齐才能相加减。

## 为什么小数相乘 不需要对齐小数点

小数乘法是利用因数变化引起积的变化规律进行计算的。如  $1.83 \times 1.5$ ，先转化成整数乘法  $183 \times 15$ ，第一个因数扩大 100 倍，第二个因数扩大 10 倍，积扩大 1000 倍。 $183 \times 15 = 2745$  要求 1.83 乘以 1.5 的积就要把 183 乘以 15 的积 2745 缩小 1000 倍即 2.745，积 2.745 的小数位数正好是两个因数 1.83 和 1.5 小数位数之和。

因此计算小数乘法，先按照整数乘法的法则算出积，再看因数中一共有几位小数，就从积的右边起数出几位，点上小数点。



在相乘过程中不需要对齐小数点。

## 为什么除数是小数的除法 要把除数转化成整数后再除

除数是小数的除法，不容易直接看出商几，要根据被除数和除数扩大同数倍，商不变的性质，先移动除数的小数点，使它变成整数；除数的小数点向右移动几位，被除数的小数点也向右移动几位（位数不够的，在被除数的末尾用“0”补足）；然后按照除数是整数的除法进行计算。如  $4.68 \div 1.2 = 46.8 \div 12 = 3.9$ 。如果利用商不变性质，把被除数变成整数，如  $4.68 \div 1.2 = 468 \div 120 = 3.9$  在被除数的小数位数比除数多时，是可以的，但扩大同数倍后数目比较大，算起来比较麻烦。被除数的小数位数比除数少，就不容易直接看出商几了，如  $46.8 \div 0.12 = 468 \div 1.2$ 。因此除数是小数的除法要把除数转化成整数后再除。

## 为什么“0”不能作除数

在四则计算中，减法是加法的逆运算，除法是乘法的逆运算。

为什么不能用“0”作除数？我们可以分两种情况加以说明。

一种情况是：当除数是“0”，而被除数不是“0”，如  $7 \div 0$ ， $12 \div 0$ ， $4260 \div 0$  等。那就是要求出与“0”相乘的积不等于“0”的“商”来， $0 \times ? = 7$ ， $0 \times ? = 12$ ， $0 \times ? = 4260$ 。因为，任何数与“0”相乘的积都是“0”，所以，在这种情况下，商是不存在的，除法计算没有结果。

另一种情况是：当除数是“0”，而且被除数也是“0”，如  $0 \div 0$ 。那就是要求出与“0”相乘的积等于“0”的“商”来，0



$\times ? = 0$ 。因为，任何数与“0”相乘的积都是“0”，所以，在这种情况下，不能得到一个确定的商，商可以是任何数，即商有无限多个。

我们知道，规定一种运算，它的运算结果必须是存在的，而且应该是唯一确定的。但是，当除数为“0”时，被除数不是“0”，商是不存在的；当除数为“0”时，被除数也是“0”，商得不到一个确定的数。因此，必须明确规定“0”不能作除数。

因为有了“0”不能作除数这条规定以后，在除法的基本性质中，被除数和除数同时乘以或除以相同的数（零除外），商不变。在分数的基本性质中，一个分数的分子和分母同时乘以或除以相同的数（零除外），分数的大小不变。在比的基本性质中，比的前项和后项同时乘以或者同时除以相同的数（零除外），比值不变。“零除外”这三个字在完整表述除法、分数、比的基本性质时不能丢。

由此说明，在除法里，“0”不能作除数；对于分数来说，就是分母不能是“0”；对于比来说，就是比的后项不能是“0”。

当然，应该强调的是，除法中的除数、分数中的分母、比的后项这三者不是一回事。“比”、“分数”和“除法”之间尽管有着上述的一些联系，但它们毕竟是三个不同的概念。“比”是指两个数（或量）的倍数关系，“分数”是一个数，“除法”是一种运算。

总之，“0”不能作除数的这一规定是有根据的，也是十分重要的，希望大家在理解的基础上能正确地进行应用。

## 求积的近似值和 商的近似值有什么不同

求积的近似值时，先按小数乘以一般计算方法得出完整的



积，再按要求用四舍五入法求出积的近似值。如  $49.2 \times 0.72 \approx 35.42$ （保留两位小数）。

求商的近似值，只要除到比要求保留小数位数多一位，根据这一位用四舍五入法求出商的近似值。如  $15.6 \div 35 \approx 0.45$ （保留两位小数）。

## 为什么两数相除（除数不为零）不会得到无限不循环小数

在两数相除时，因为余数重复出现，所以商就会重复出现，是一个循环小数。如， $58.6 \div 11$  在这个除法里，因为余数重复出现 3 和 8，所以商就会重复出现 2 和 7。因此， $58.6 \div 11 = 5.32727\ldots$ 。

在有余数除法中，余数一定要比除数小，比如除数是 11，余数可能是 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10，因此在相除过程中，余数一定会有重复出现的情况，所以商一定不会得到无限不循环小数。商一定是无限循环小数或者是有限小数。

## 怎样把循环小数化为分数

$$\text{因为 } \frac{1}{9} = 0.1111\ldots = 0.\dot{1}$$

$$\frac{1}{99} = 0.010101\ldots = 0.\dot{01}$$

$$\frac{1}{999} = 0.001001001\ldots = 0.0\dot{001}$$

所以纯循环小数  $0.\dot{1}$ 、 $0.\dot{01}$ 、 $0.0\dot{001}\ldots$  化成分数分别是  $\frac{1}{9}$ 、

$$\frac{1}{99}、\frac{1}{999}\ldots$$



纯循环小数分数：

例如，把  $0.\dot{7}$ 、 $0.\ddot{23}$  化成分数。

方法 1： $0.\dot{7}=0.777\ldots$

$$=0.111\ldots \times 7$$

$$=0.\dot{1} \times 7 = \frac{1}{9} \times 7 = \frac{7}{9}$$

$$=0.\ddot{23}=0.2323\ldots$$

$$=0.\ddot{01}=0.2323\ldots$$

$$=0.\ddot{01} \times 23$$

$$=\frac{1}{99} \times 23 = \frac{23}{99}$$

方法 2： $0.\dot{7} \times 10 = 7.777\ldots$  (1)

$$0.\dot{7} \times 1 = 0.777\ldots$$
 (2)

$$(1) - (2) \quad 0.\dot{7} \times 9 = 7$$

$$\therefore 0.\dot{7} = \frac{7}{9}$$

$$0.\ddot{23} \times 100 = 23.2323\ldots$$
 (1)

$$0.\ddot{23} \times 1 = 0.2323\ldots$$
 (2)

$$(1) - (2) \quad 0.\ddot{23} \times 99 = 23$$

$$\therefore 0.\ddot{23} = \frac{23}{99}$$

从上面的例题可以得出：

纯循环小数可以化成一个分数，这个分数的分子就是一个循环环节里的数字所组成的数，分母的各位数字都是 9，9 的个数和一个循环节的位数相同。

混循环小数化分数：



例如：把  $0.\dot{4}7$ 、 $0.\dot{3}09$  化成分数。

方法 1： $0.\dot{4}7 = 0.4777\ldots$

$$= 0.4 + 0.0777\ldots$$

$$= 0.4 + 0.777\ldots \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{7}{9} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{7}{90} = \frac{4 \times 9 + 7}{90}$$

$$= \frac{4 \times 10 - 4 + 7}{90}$$

$$= \frac{47 - 4}{90} = \frac{43}{90}$$

$0.\dot{3}09 = 0.30909\ldots$

$$= 0.3 + 0.0090909\ldots$$

$$= 0.3 + 0.0909\ldots \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{9}{99} \times \frac{1}{10}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{9}{990}$$

$$= \frac{3 \times 99 + 9}{990}$$

$$= \frac{3 \times 100 - 3 + 9}{990}$$

$$= \frac{309 - 3}{990} = \frac{306}{990}$$

$$= \frac{17}{55}$$

方法 2： $0.\dot{4}7 \times 100 = 47.777\ldots$  (1)

$0.\dot{4}7 \times 10 = 47.77\ldots$  (2)



$$(1) - (2) \text{ 得 } 0.\dot{4}7 \times 90 = 43$$

$$\therefore 0.\dot{4}7 = \frac{47-4}{90} = \frac{43}{90}$$

$$0.3\dot{0}9 \times 1000 = 309.090909 \dots (1)$$

$$0.3\dot{0}9 \times 10 = 3.090909 \dots (2)$$

$$(1) - (2) \text{ 得 } : 0.3\dot{0}9 \times 990 = 306$$

$$\therefore 0.3\dot{0}9 = \frac{309-3}{990} = \frac{306}{990} = \frac{17}{55}$$

从上面例题可以得出：

混循环小数可以化成一个分数，这个分数的分子就是小数点右边的第一个数字到第一个循环节末位的数字所组成的数，减去不循环数字所组成的数，所得的差。分数的分母是数字9后面带数字0所组成的数，其中9的个数等于循环节的位数，0的个数等于不循环部分的位数。

## 无限小数、无限循环小数和 $\pi$ 有什么区别

在小数除法中，有时能够除尽，也就是说，得到的商的小数位数是有限的，例如  $1.26 \div 0.3 = 4.2$ ；有时也遇到除不尽的情况。例如，计算  $10 \div 3$  在这个除法里，因为余数重复出现1，所以商就重复出现3，总也除不尽。因此  $10 \div 3 = 3.333 \dots$  这样除得的商的位数是无限的，而且也是按照十进位制的位值原则写成的数，这样的数也叫做小数。

小数部分的位数是有限的小数，叫做有限小数。小数部分的位数是无限的小数，叫做无限小数。无限小数有两种情况：一种是循环小数，一种是无限不循环小数，也叫无理数。



一个小数，从小数部分的某一位起，一个数字或者几个数字不断地重复出现，这样的小数叫做循环小数。循环小数的小数部分中，依次不断重复出现的数字叫做循环节。

例如，

0.888.....是循环小数，8 是它的一个循环节；

3.14848.....是循环小数，48 是它的一个循环节；

为了书写方便，一个循环小数只写出不循环部分和第一个循环节，并在这个循环节的最左和最右的数字上面各记一个点，这个点叫做循环点。例如：0.888.....记作  $0.\dot{8}$ ；3.14848.....记作  $3.1\dot{4}8$ 。

循环节从小数点后的第一位就开始的循环小数，叫做纯循环小数。小数点后面有一位或几位数字不循环的循环小数，叫做混循环小数。例如， $0.\dot{8}$ ， $4.\dot{3}8$ ， $7.\dot{1}28$ 都是纯循环小数； $3.1\dot{4}8$ ， $0.0\dot{3}6$ 都是混循环小数。

$\pi$ （圆周率）是一个无限不循环小数，到 1989 年已有人利用巨型电子计算机把  $\pi$  的值算到小数点以后的 5.3687 亿位。

## 什么是准确数和近似数

人们在计数和计算过程中，有时得到的是与实际数值完全符合的数，这种数叫做准确数。例如一班有学生 46 人， $7+2=9$ ，这里的“46”、“9”都是准确数。有时得到的是与实际数值大体符合，比较接近真实数值的数，这样的数叫做近似数。例如我们在测量物体的长度、重量时，由于测量工具的限制，必然会产生误差，所得的结果都是近似数。例如用最小刻度“厘米”的尺去量课桌面的长，知道它的长不足 52 厘米；用最小刻度“毫米”





的尺去量课桌面的长，知道它的长不足 519 毫米。这里的“52”、“519”都是近似数。

我们对大的数目在进行统计时，一般也只需要用它的近似数来表示。例如平常说一个城市有 50 万人，一个钢铁厂去年产钢 120 万吨。这里的“50 万”、“120 万”都是近似数。

我们在进行计算时也常常遇到近似数。例如： $1 \div 3 \approx 0.33$ ， $2 \div 7 \approx 0.285714$ ，这里的“0.33”、“0.285714”都是近似数。

求近似数的方法，一般有以下三种。

四舍五入法。这是最常用的求近似数的方法。用这种方法求一个数的近似数，主要是看它省略的尾数最高位上的数是小于“5”的，就把尾数舍去（称为四舍），这样得到的近似值叫不足近似值；如果省略的尾数最高位上的数大于或等于“5”，把尾数略去后，要向前一位进一（称为五入），这样得到的近似值叫过剩近似值。例如  $2 \div 7 = 3.142857 \dots$  用四舍五入法保留两位小数得  $22 \div 7 \approx 3.14$ （四舍），用四舍五入法保留三位小数得  $22 \div 7 \approx 3.143$ （五入）。

进一法。在解决实际问题中，有时把一个数的尾数省略后，不管尾数最高位上的数是几，都要向前一位进 1。例如把 400 千克粮食装进麻袋，如果每条麻袋最多装 75 千克，至少需要多少条麻袋？ $400 \div 75 = 5.33 \dots$  就是说：400 千克粮食装 5 条麻袋后，还剩 25 千克，这 25 千克还需要一条麻袋，所以一共需要 6 条麻袋。即  $400 \div 75 = 5.33 \dots \approx 6$ （条）。

去尾法。在解决实际问题中，有时把一个数的尾数省略后，不管尾数最高位上的数得几，都不需要向它的前一位进 1。例如，每条床单需要 2.1 米布，有 60 米布，可以做多少条床单？ $60 \div 2.1 = 28.571428 \dots$  或  $60 \div 2.1$  商 28 余 1.2，这说明 60 米布做了 28 条床单后，还剩下 1.2 米，这余下的 1.2 米不够做一条床单，所以只能做 28 条，这时要用去尾法。就是： $60 \div 2.1 =$



28.571428..... $\approx$ 28 (条)。

## 什么叫有效数字

一个近似数，如果准确数与近似数的差不超过它最末一位的半个单位，那么，从左边第一个不是零的数字起，到右边取得的最后一个数字止，所有的数字都叫做这个近似数的有效数字。例如，近似数 5.4 有两个有效数字 5 和 4；近似数 5.40 有三个有效数字，即 5、4、0。

当一个近似数是整十、整百、整千……的数时，通常写成  $a \times 10^n$  ( $1 \leq a \leq 10$ ,  $n$  是整数的形式)。这样根据有效数字就可以确定近似数的精确度。例如，用四舍五入法把 2800.4 分别

精确到个位：2800.4 $\approx$ 2800 =  $2.800 \times 10^3$  (表示有 4 个有效数字)

精确到十位：2800.4 $\approx$ 2800 =  $2.80 \times 10^3$  (表示有 3 个有效数字)

精确到百位：2800.4 $\approx$ 2800 =  $2.8 \times 10^3$  (表示有 2 个有效数字)

## 为什么 0.1 和 0.10 有时相等有时又不等

当 0.1 和 0.10 是准确数时，在小数末尾添上或去掉 0，小数的大小不变。如铅笔单价 0.1 元，0.1 元表示 1 角；铅笔单价 0.10 元，0.10 元也表示 1 角，所以 0.1 和 0.10 相等。

当 0.1 和 0.10 是近似数时，它们就不相等了。因为近似数 0.1 取值范围是 0.05 到 0.14 之间 (也就是从 0.05 到 0.14，保留一位小数，约等于 0.1)，近似数 0.10 的取值范围是 0.095 到



0.104 之间（也就是从 0.095 到 0.104 保留两位小数，约等于 0.10），两者的精确度（近似数接近准确数的程度）不一样，保留一位小数，表示精确到十分之一，保留两位小数，表示精确到百分之一。例如， $0.116 \div 1.2 = 0.966\ldots$  如果保留一位小数， $0.116 \div 1.2 \approx 0.1$ ；如果保留两位小数， $0.116 \div 1.2 \approx 0.10$ ，显然 0.10 比 0.1 更接近准确数。所以，近似数小数末尾不能随意添上 0 或去掉 0，近似数 0.1 和 0.10 是不相等的。

## 为什么异分母 分数不能直接相加减

计算整数、小数、分数加减法时，都要相同单位才能相加减。在计算整数加减法的竖式中，只要相同数位对齐，就可以几个一和几个一相加减，几个十和几个十相加减……在计算小数加减法的竖式中，只要小数点对齐，就可以几个十分之一和几个十分之一相加减，几个百分之一和几个百分之一相加减……

在分数中，分母表示把单位“1”平均分成多少份；分子表示有这样的多少份。把单位“1”平均分成若干份，表示其中一份的数叫做分数单位，如  $\frac{4}{5}$  的分数单位是  $\frac{1}{5}$ 。两个同分母分数表示分数单位相同，如  $\frac{2}{7}$  与  $\frac{3}{7}$  的分数单位都是  $\frac{1}{7}$ ， $\frac{2}{7}$  与  $\frac{3}{7}$  相加，只要 2 个  $\frac{1}{7}$  加上 3 个  $\frac{1}{7}$ ，得 5 个  $\frac{1}{7}$  是  $\frac{5}{7}$ 。即  $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$ 。而两个异分母分数表示分数单位不同，如  $\frac{4}{9}$  与  $\frac{5}{12}$ ， $\frac{4}{9}$  的分数单位是  $\frac{1}{9}$ ， $\frac{5}{12}$  的分数单位是  $\frac{1}{12}$ （ $\frac{1}{9}$  与  $\frac{1}{12}$  的每份大小不同）， $\frac{4}{9}$  与  $\frac{5}{12}$  相加，分数单位不相同，不能直接相加，正如整、小数加减法中，几个十和几个一不能相加，几个十分之一和百分之一不能相加一



样。只有经过通分，转化成同分母分数，再按照同分母分数加减法的法则进行计算。如  $\frac{4}{9} + \frac{5}{12} = \frac{16}{36} + \frac{15}{36} = \frac{31}{36}$ 。

## 怎样比较异分母分数大小

异分母分数，分母不相同，分数单位不同，一般来说，不能直接比较大小，必须经过通分，化成同分母分数，再比较大小。

例如比较  $\frac{7}{8}$  和  $\frac{5}{6}$  的大小。先通分， $\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$ ， $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ ， $\therefore \frac{21}{24} > \frac{20}{24}$ ， $\therefore \frac{7}{8} > \frac{5}{6}$ 。除此以外，还可以用下面的方法进行比较大小。

(1) 化成同分子分数，再比较大小。

例如，把下面分数按从小到大顺序排列起来。

$$\frac{10}{17} \quad \frac{12}{19} \quad \frac{15}{23} \quad \frac{20}{33} \quad \frac{60}{97}$$

这五个分数的分母都不相同，要想把它们变成同分母分数比较麻烦，再看它们的分子，这五个数虽然不同，但要使它们变成相同的数比变分母方便一些。这是因为 60 正好是 20、15、12、10 这四个数的倍数，利用分数的基本性质，可以将上面的五个分数变为分子都是 60 的分数：

$$\frac{10}{17} = \frac{10 \times 6}{17 \times 6} = \frac{60}{102} ; \frac{12}{19} = \frac{12 \times 5}{19 \times 5} = \frac{60}{95} ; \frac{15}{23} = \frac{15 \times 4}{23 \times 4} = \frac{60}{92} ; \frac{20}{33} = \frac{20 \times 3}{33 \times 3} = \frac{60}{99} ; \frac{60}{97}$$

$$\therefore \frac{60}{102} < \frac{60}{99} < \frac{60}{97} < \frac{60}{95} < \frac{60}{92}$$

$$\therefore \frac{10}{17} < \frac{20}{33} < \frac{60}{97} < \frac{12}{19} < \frac{15}{23}$$

(2) 先和“1”比较大小。



例如，比较 $\frac{2221}{2224}$ 和 $\frac{3331}{3334}$ 的大小。

这两个分数化成分母相同或分子相同都不太简便，把这两个分数和“1”比， $\frac{2221}{2224}$ 比1小 $\frac{3}{2224}$ ， $\frac{3331}{3334}$ 比1小 $\frac{3}{3334}$ 。

$$\therefore \frac{3}{2224} > \frac{3}{3334} \therefore \frac{2221}{2224} < \frac{3331}{3334}$$

(3) 先和 $\frac{1}{2}$ 比较大小。

例如，比较 $\frac{7}{18}$ 和 $\frac{59}{98}$ 的大小。

$$\therefore \frac{7}{18} \text{ 的分子不是分母的一半, } \frac{7}{18} < \frac{1}{2},$$

$$\frac{59}{98} \text{ 的分子超过分母的一半, } \frac{59}{98} > \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{7}{18} < \frac{59}{98}$$

## 为什么不用通分能很快 算出一些复杂的分数加减法

计算异分母分数加减法，必须先通分，再按照同分母分数加减法进行计算。例如， $\frac{1}{5} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4} = \frac{4}{20} + \frac{1}{20} - \frac{5}{20} = \frac{4+1-5}{20} = 0$

这样解法当然是对的，如果我们对通分的过程进行研究，发现两个异分母分数通分后计算出结果，也可以还原回去把结果折成两个异分母分数的减法，我们把这种方法叫“拆分”。例如，

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{5-4}{4 \times 5} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20}$$

$$\text{反回去, } \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$$

这样，上面这道题的计算过程变成：



$$\frac{1}{5} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4} = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} = 0$$

像这样在计算分数加减法的时候，先将其中的一些分数作适当的拆分，使得有一部分数可以互相抵消，而使计算简便的方法，我们叫做“裂项法”。

例如计算：

$$\frac{1}{1991 \times 1992} + \frac{1}{1992 \times 1993} + \frac{1}{1993 \times 1994} + \frac{1}{1994}$$

分析：运用裂项法不难发现

$$\frac{1}{1991 \times 1992} = \frac{1}{1991} - \frac{1}{1992}$$

$$\frac{1}{1992 \times 1993} = \frac{1}{1992} - \frac{1}{1993}$$

$$\frac{1}{1993 \times 1994} = \frac{1}{1993} - \frac{1}{1994}$$

$$\begin{aligned} \text{解：} & \frac{1}{1991 \times 1992} + \frac{1}{1992 \times 1993} + \frac{1}{1993 \times 1994} + \frac{1}{1994} \\ &= \frac{1}{1991} - \frac{1}{1992} + \frac{1}{1992} - \frac{1}{1993} - \frac{1}{1993} - \frac{1}{1994} + \frac{1}{1994} \\ &= \frac{1}{1991} \end{aligned}$$

这道题如果用通分的方法计算，工作量是很大的，也不容易算对，有一些分数求和的问题，用通分的方法几乎是算不出来的，而用裂项法却可以轻而易举地求出结果。

一般来说，对任意的一个自然数  $n$ ，都有：

$$\frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

又如计算：

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72} + \frac{1}{90}$$

分析：每个分数的分子是 1，分母分别可以写成  $1 \times 2, 2 \times$



3,  $3 \times 4$ ,  $4 \times 5$ ,  $5 \times 6$ ,  $6 \times 7$ ,  $7 \times 8$ ,  $8 \times 9$ ,  $9 \times 10$ , 即每个分母都可以分解为两个连续自然数的积, 于是每个分数都可拆成两个分数的差:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{90} = \frac{1}{9 \times 10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$$

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} \\ &\quad + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} \\ &\quad - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \\ &= 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10} \end{aligned}$$

## 繁分数和连分数有什么区别

一个分数的分子或分母是分数, 或者分子和分母都是分数, 这样的分数(或式子), 通常叫做繁分数(或繁分式)。例如

$$\frac{1}{\frac{3}{4}} \quad \frac{\frac{2}{3}}{5} \quad \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}}, \text{ 繁分数中有一条较长的分数线, 叫做}$$

主分数线。主分数线把繁分数分成分子、分母两个部分。

繁分数的化简一般采用两种方法:



一种是把繁分数的分子和分母分别计算出来，再用分子部分除以分母部分。例如：

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{7}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{7}{4} \times \frac{4}{1} = 7$$

另一种是根据除法中商不变的性质，把繁分数的分子部分和分母部分同时乘以（或除以）一个不为零的数，进行化简。例如：

$$\frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{(1 + \frac{3}{4}) \times 4}{(1 - \frac{3}{4}) \times 4} = \frac{4 + 3}{4 - 3} = 7$$

形如  $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}}$  这样的繁分数叫做连分数。

连分数的化简与简分数的化简基本相同，只要一步一步地把分母计算出来，就可以化简成一般的分数。例如：

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{3}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{3}{4}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{7}} \end{aligned}$$





$$= 1 + \frac{1}{1 + \frac{4}{7}} = 1 + \frac{1}{\frac{11}{7}}$$

$$= 1 + \frac{7}{11} = 1 \frac{7}{11}$$

## 等式和方程式有什么区别

用等号“=”连接的式子，叫做等式。

方程式也是等式，是含有未知数的等式。如  $20 + x = 100$ ， $3x = 69$ ， $x - 10 = 35$ ， $x \div 12 = 5$  等

使方程左右两边相等的未知数的值，叫做方程的解。例如：

$x = 80$  是方程  $20 + x = 100$  的解。

$x = 23$  是方程  $3x = 69$  的解。

求方程解的过程叫做解方程。

在小学解简易方程，是根据加、减之间的关系，乘、除之间的关系。例如：

解方程  $x - 8 = 16$

解：(被减数 = 减数 + 差)

$$x = 8 + 16$$

$$x = 24$$

又如解方程  $5x = 80$

解：(因数 = 积 ÷ 另一个因数)

$$x = 80 \div 5$$

$$x = 16$$

## 什么叫综合法和分析法

解答两步以上复合应用题时，由于出发点的不同，思想的方



法有综合法和分析法两种。

综合法是从已知条件出发，根据数量关系，先选择两个已知条件，提出可以解决和需要解决的问题，然后把这个问题作为已知，再与另一个已知条件搭配，提出新的问题，这样逐步推导，直到应用题的问题得到解决为止。

例如，一个服装厂计划做上衣 1500 件，前 3 天每天做 150 件，以后提高工作效率，每天做 175 件，完成计划共需要多少天？

用综合法解题思路如下：

已经做了 3 天，每天做 150 件，由此可以求出已经做的件数。

已知要做 1500 件和已经做的件数，可以求出还要做的件数。

已知还要做的件数和以后每天做 175 件，可以求出还要做的天数。

已知做了 3 天和还要做的天数，可以求出完成计划共需要的天数。

分析法是以应用题的最后问题入手，根据数量关系，找出解决这个问题所需要两个条件，如果这两个条件中有一个不知道或者两个都不知道，再找出求这一个或两个未知条件所需要的条件。这样逐步推导，直到所需要的条件都是已知为止。

上例用分析法解题思路如下：

要求共需多少天，需要知道先做的天数（3 天）和还要做的天数（未知）。

要求还要做的天数，需要知道还要做的件数（已知）和以后每天做的件数（175 件）。

要求还要做的件数，需要知道计划做的件数（1500 件）和已经做的件数（未知）。

要求已经做的件数，需要知道已经做的天数（3 天）和每天



做的件数 (150 件)。

## 怎样求等差奇数列的和

等差数列求和的公式是： $\frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$

怎样求等差奇数列的和？有没有一些特殊规律呢？

请看下面奇数列求和。

$$1 = 1^2$$

$$1 + 3 = 4 = 2^2$$

$$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$$

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$$

因此，奇数列的和  $S_n = n^2$

这一求和公式，可以解决一些数学问题。例如：

有一串数， $1; \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{2}; \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}; \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{4}, \frac{1}{4}; \dots$

求 (1)  $\frac{7}{10}$  是第几个分数？(2) 第 400 个分数是几分之几？

可以这样想 (1) 我们把分母相同的分数叫做一组，组号与分母相同，各组分数个数有下列规律：

第一组：1 个

第二组：3 个

第三组：5 个

……

所以，分母为  $n$  的那一组分数个数为  $2n - 1$ 。

从中还可以看到： $\frac{7}{10}$  位于第 10 组的第 7 个和倒数第 7 个位置上，由于第 10 组共有分数  $2 \times 10 - 1 = 19$  (个)，倒数第 7 个



相当于正数第  $19 - 6 = 13$  (个)。

前 9 个组共有分数  $1 + 3 + 5 + \dots + 9^2 = 81$  (个) 所以  $\frac{7}{10}$  位于这串数的第  $81 + 7 = 88$  (个) 位置上和第  $81 + 13 = 94$  (个) 位置上。

(2) 由于  $400 = 20^2$ ,  $20^2$  又等于自 1 开始的连续 20 个奇数的和。所以第 400 个分数位于第 20 组的最后一个位置上, 应为  $\frac{1}{20}$ 。

## 什么情况下 $a \times b = a - b$

$a \times b$  是表示两个数的积,  $a - b$  表示两个数的差。  $a \times b = a - b$  表示两个数的积与两个数的差相等。这可能吗?

在整数范围内, 两个数相乘, 除 0 和 1 外, 会越乘越大, 如  $31 \times 4 = 124$ , 124 大于 31、大于 4;  $70 \times 23 = 1610$ , 1610 大于 70、大于 23。而两个数相减, 就会越减越小。如  $31 - 4 = 27$ , 27 小于 31;  $70 - 23 = 47$ , 47 小于 70。可见在整数范围内,  $31 \times 4 \neq 31 - 4$ ,  $70 \times 23 \neq 70 - 23$ , 所以  $a \times b \neq a - b$ 。

但是, 我们还知道, 在分数范围内, 确实存在着两个数相乘, 会越乘越小。如  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$  小于  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{4}$  小于  $\frac{1}{3}$ , 也小于  $\frac{3}{4}$ 。这与两个数相减, 越减越小的发展趋向是一致的。但是,  $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$ ,  $\frac{1}{3}$  不够减  $\frac{3}{4}$ , 可见在分数范围内,  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} \neq \frac{1}{3} - \frac{3}{4}$  那么, 能不能说在分数范围内,  $a \times b$  也不等于  $a - b$  呢? 让我们再来研究下面这几道题。

$$1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2};$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}, \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6};$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}, \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12};$$

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}, \quad \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = \frac{1}{20};$$

.....

$$\frac{1}{70} \times \frac{1}{71} = \frac{1}{4970}, \quad \frac{1}{70} - \frac{1}{71} = \frac{1}{4970};$$

.....

$$\frac{1}{99} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{9900}, \quad \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = \frac{1}{9900};$$

通过这些题又说明了在分数范围内，确实有两个数的积与这两个数的差相等的情况，即： $a \times b = a - b$ 。当然，这是有条件的。你仔细观察一下，这两个分数的分母之间的差与分子是什么关系？你能发现这样的规律：分母之间的相差数都是1，它们的分子也是1，这样的两个分数相乘的积与相减的差是相等的。

你能否从这个规律中又得到新的启示，并能列举出另外一些  $a \times b = a - b$  的题目来。

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{15}, \quad \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{4}{15};$$

$$\frac{2}{7} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{63}, \quad \frac{2}{7} - \frac{2}{9} = \frac{14}{63};$$

$$\frac{3}{5} \times \frac{3}{8} = \frac{9}{40}, \quad \frac{3}{5} - \frac{3}{8} = \frac{9}{40};$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{9}{70}, \quad \frac{3}{7} - \frac{3}{10} = \frac{9}{70};$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{4}{11} = \frac{16}{77}, \quad \frac{4}{7} - \frac{4}{11} = \frac{16}{77};$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{4}{13} = \frac{16}{117}, \quad \frac{4}{9} - \frac{4}{13} = \frac{16}{117};$$



$$\frac{5}{8} \times \frac{5}{13} = \frac{25}{104}, \quad \frac{5}{8} - \frac{5}{13} = \frac{25}{104};$$

.....

什么样的两个数相乘的积与这两个数相减的差相等的规律，你一定完全掌握了。

## 数 “e”

数 e 在数学、物理学、天文学和其他科学部门中都有很大的作用。下面举的一些问题，在进行数学考察的时候必须用到这个数：

气压公式（气压随高度的不同而变化），

欧拉公式，

物体冷却的规律，

放射性衰变和地球的年龄，

空气中摆锤的摆动，

计算火箭速度的齐奥尔科夫斯基公式，

线圈中的电磁振荡，

细胞的增殖，

.....

这类问题举不胜举。

在高等数学上起着很大的作用，也许，所起的作用并不小于著名的数  $\pi$ 。数 e 是一个无理数，约为 2.7183.....它不能用有限的数字正确地表示出来，而只能利用下面的级数

$$1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$$

计算它的近似值，显然可以达到任何准确程度。

另外：



$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

这式子当  $n$  无限地增大的时候的极限就是  $e$ 。把  $e$  当做对数的底有很多好处，这种对数表叫“自然对数”表，而且在科学和技术上得到广泛的应用。

数  $e$  常常出现在完全预料不到的地方。例如，看这么一个题目：

已知数  $a$ ，把它分若干部分，如果各部分的乘积要最大，应该怎样分法？

我们已经知道，诸数的和不变的时候，要使它们的乘积最大，必须各数相等。显然，数  $a$  必须分成相等的若干部分。可是究竟分成几部分呢？分做两部分、三部分、十部分吗？用高等数学的方法可以证明，当分成的每一部分和 1 最接近的时候，乘积就是最大。

例如，10 必须分做这么多的相等部分，使得各部分尽可能地接近于 2.718……要求这些部分的份数，应该求商。

$$\frac{10}{2.718\ldots} = 3.678\ldots$$

因为把一个数分成 3.678 个相等的部分是说不通的，所以不得不把商数取最接近的整数 4。因此，我们可以得出 10 的各部分的最大乘积，如果各部分都等于  $\frac{10}{4}$ ，就是 2.5 的话，显然

$$(2.5)^4 = 39.0625 > \left(\frac{10}{3}\right)^3 = 37.03 > \left(\frac{10}{5}\right)^5 = 32$$

## $\pi$ 是超越数

1706 年琼斯第一次用记号  $\pi$  来表示圆周率， $\pi$  取自希腊语“圆周”的第一个字母。后来由于欧拉在《无穷分析导论》(1748



年)中采用该符号而得以普及。1761年,兰伯特证明了 $\pi$ 为无理数,1882年,林德曼证明了 $\pi$ 是超越数。

超越数就是,对于数 $x_0$ ,如果不存在这样一个整系数多项式 $f(x)$ ,使 $x_0$ 是方程 $f(x)=0$ 的一个根,则称 $x_0$ 是超越数。

$\pi$ 的计算和理论研究反映了一个民族的数学水平,对于古代人民来说, $\pi$ 的计算是一件复杂繁重的工作。约公元前240年,阿基米德的结果相当于3.14;约150年托勒密,3.1415926;480年,祖冲之,3.141592;由此可见,在古代,我国的伟大数学家祖冲之贡献卓杰。

随着时间的推移,社会不断发展, $\pi$ 的计算成果已达到了相当的程度,摘要如下:

约1610年,鲁道夫,精确到小数点后第35位;

1630年,格林贝尔格,39位;

1699年,夏普,利用无穷级数,精确到小数点后第71位;

1706年,梅钦,利用他自己给出的一种级数,精确到小数点后第100位;

1844年,达瑟,200位;

1873年,香克斯,707位;

1948年,弗格森、伦奇,808位;

1949年,马利兰德,利用电子计算机,2037位;

1967年,吉劳及其合作者,50万位;

1987年,美国,利用巨型电脑,2936万位。

## 什么是最小数原理

最小数原理是一个极为简单、极为重要而又易被人们忽视的原理。

一班学生,必有身高最小的学生。一筐苹果,必有最大的苹





果。这个事实如此的明显，甚至是简单到了不必一提的地步。其实，这就是最小数原理的具体例子。

最小数原理：设  $N$  是全体自然数组成的集合， $M$  是  $N$  的一个非空子集，则  $M$  中必有最小数。

该原理对于  $M$  是整数集、有理数集或实数集的有限非空子集，结论又是明显的，因此还有如下的原理。

1. 设  $R$  是全体实数组成的集合， $T$  是  $R$  的有限非空子集，则  $T$  中必有最小数。

2. 设  $R$  是全体实数组成的集合， $T$  是  $R$  的有限非空子集，则  $T$  中必有最大数。

最小数原理虽然十分简单，但它说明了在集合中存在着最小数或最大数这样的事实，因此在一些涉及到存在性的命题中，这个原理大有用武之地。在国内外数学竞赛中应用这个原理的题目也屡见不鲜。下面给出一道例题，可见原理在解题中的作用。

平面上有  $n$  个点，它们不全在一条直线上，证明一定有一条恰好通过其中的两个点的直线。

证：过任意两点连线为  $L$ ，对每一条直线  $L$ ，必有线外的点， $L$  外的点  $A$  到  $L$  的距离为  $d(L, A)$ 。不难想象， $d(L, A)$  的个数是有限个的，由最小数原理，必有一个最小的距离  $d(L_0, A_0) = d_0$ 。下面证明了  $L_0$  上恰好有二个点。反证，假设  $L_0$  上有 3 个给定的  $A_1, A_2, A_3$ ，点  $A_0$  到  $L_0$  的垂线垂足记为  $H$ ， $A_1, A_2, A_3$  至少有二点在  $H$  的同侧（或一点与  $H$  重合，一边一点），并设  $A_1$  靠  $H$  较近些，此时连  $A_0A_2$  这条线为  $L_1$ ，则有  $d(L_1, A_1) < d(L_0, A_0)$ ，这与  $d_0$  最小矛盾。（其它情况同理可证）。

此题看来没什么出奇的地方，证明也不难。但在人们没有注意最小数原理用于证明此题时，该题曾是一道“难题”，好长时间得不到证明。而用最小数原理证明这个题，又显得该题如此容



易。可见最小数原理的作用是很大的，值得我们特别重视。

## 什么是孪生素数

孪生素数是指两个相差为 2 的素数对。例如 3 和 5，11 和 13，101 和 103 等等。孪生素数又称为双生素数。

1849 年，数学家波林那克猜想：孪生素数有无穷多个。这就是所谓的“孪生素数猜想”。我国数学家曾对证明这一猜想作了许多贡献。尤其是 1973 年陈景润证明了：存在无穷多个素数  $P$ ，使得  $P+2$  为不超过 2 个素数之积。这一结论十分接近孪生素数猜想的解，构成“筛法”理论光辉的一顶点。1976 年，威廉斯和察恩克发现了当时所知的最大的孪生素数为  $76 \times 3^{169} \pm 1$ 。1979 年，伯莱发现了目前所知的最大的孪生素数对为  $297 \times 2^{546} \pm 1$ 。1982 年 3 月，美国新泽西州的环球计算机服务公司提供 25000 美元奖金，悬赏解决孪生素数猜想，曾经轰动一时。然而，至今仍没人领走这笔奖金。

孪生素数猜想是哥德巴赫猜想的姊妹猜想，它的难度和解决哥德巴赫猜想的难度是等同的。数学家们认为，仅就目前的已知数学方法，要想解决这个难题几乎是不可能的。甚至有的数学家认为，到目前为止还看不出可以沿着什么途径，利用什么方法来解决它。

## 什么是“亲和数”

传说在公元前 500 多年，古希腊的克罗托那城中，毕达哥拉斯学派正在讨论“数对于万物的作用”，一位学者问“在我们交朋友时，存在数的作用吗？”伟大的数学家毕达哥拉斯答到：“朋友是你灵魂的情影，要像 220 与 284 一样亲密。”他的话使人感



到蹊跷，接着他宣布：神默示我们，220 的全部真因子之和  $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110$  恰好等于 284，而 284 的全部真因子之和  $1 + 2 + 4 + 71 + 142$  又恰好等于 220，它们是一对奇妙的“亲和数”。毕达哥拉斯的妙喻，简直使学者们惊呆了，不过在此后的一段漫长的时间里，人们知道的亲和数就只有这一对。

直到公元七世纪，在古老的巴格达城中，出现了一位伟大的博学者泰比特·伊本柯拉。他是医生、哲学家和天文学家，并且酷爱数学，他对亲和数的特性潜心思索，竟惊人地发现了一个求亲和数的公式。即  $a = 3 \cdot 2^x - 1$ ， $b = 3 \cdot 2^{x-1} - 1$ ， $c = 9 \cdot 2^{2x-1} - 1$ ，这里  $x$  是大于 1 的正整数，则当  $a$ 、 $b$  和  $c$  为素数时， $2^x ab$  和  $2^x c$  是一对亲和数，同时给出了公式的证明，并验证当  $x=2$  时，求得的亲和数就是 220 和 284。然而令人惋惜的是泰比特·伊本柯拉并没有给出新的亲和数。

又过了 700 多年，法国数学家费尔马在 1636 年再度独立地证明了泰比特·伊本柯拉公式并且给出了第二对亲和数 17296 和 18416。继而另一位数学大师笛卡尔在给一位朋友的信中又确切地给出了第三对亲和数 9363584 和 9437056。这新的发现震动了数学界，吸引了许多数学家像寻宝一样投身于这场“寻数”的竞争。

直至 1750 年，诞生在瑞士国土上的伟大数学奇才欧拉宣布：他一举求出如 2620 和 2924，5020 和 5564，6232 和 6368 等六十对亲和数（一说五十九对），使他在寻数竞争中独占鳌头。

又过了一百多年，奇迹出现了，1866 年，一位年仅十六岁的孩子竟正确地指出，前辈们丢掉了第二对较小的亲和数 1184 和 1210，这戏剧性的发现使数学家们大为惊讶，据本世纪七十年代统计，人们已经找出一千二百多对亲和数，数学真是一个深不可测的海洋，它蕴藏着无穷无尽的奥妙。



## 什么样的数能组成勾股数

如果三个正整数合于勾股定理，那么就称这三个数为一组勾股数。3、4、5是最简单的一组勾股数，因为它们合于勾股定理： $3^2 + 4^2 = 5^2$ 。

在中学数学里不仅涉及勾股定理及其逆定理的许多数学问题的解答要用到勾股数，不少涉及代数、立体几何、解析几何、三角函数的问题也需要用到勾股定理，所以奇妙的勾股数在许多问题中起到很大的作用。掌握一些勾股数的知识很有必要。

3, 4, 5; 5, 12, 13; 7, 24, 25; 9, 40, 41.....

观察这些勾股数组成的规律发现，第一个数是奇数，第二个数是第一个数的平方减1再除以2。第三个数是第二个数加1，也就是第一个数的平方加1再除以2。

结论：如果  $n$  是一个奇数，且  $n \geq 3$ ，那么

$n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2}$  就是一组勾股数。

证明： $\because n^2 + \left(\frac{n^2-1}{2}\right)^2 = \frac{4n^2 + n^4 - 2n^2 + 1}{4} = \left(\frac{n^2+1}{2}\right)^2$

$\therefore n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2}$  是一组勾股数。

这样，我们任意给出一个奇数 11、13.....同学们就可写出各组勾股数来。

又如简单的勾股数：

4, 3, 5; 6, 8, 10; 8, 15, 17; 10, 24, 26.....

观察这些勾股数组成的规律发现，第一个数是偶数，第二个数是第一个数的一半的平方减1，第三个数是第一个数一半的平方加1。

结论：如果  $m$  是一个偶数，且  $m \geq 4$ ，那么，



$m, (\frac{m}{2})^2 - 1, (\frac{m}{2})^2 + 1$ , 就是一组勾股数。

$$\text{证明: } \because m^2 + [(\frac{m}{2})^2 - 1]^2 = \frac{m^4 + 8m^2 + 16}{16} = (\frac{m^2 + 4}{4})^2 = [(\frac{m}{2})^2 + 1]^2$$

$\therefore m, (\frac{m}{2})^2 - 1, (\frac{m}{2})^2 + 1$  是一组勾股数。

这样, 任意给出一个偶数 10、12……读者就可以写出各组勾股数来。

如果  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是一组勾股数, 那么  $Na$ 、 $Nb$ 、 $Nc$  也是勾股数。 $N$  为自然数且  $N \geq 2$ 。

这样, 如果 3、4、5 是一组勾股数, 运用上面的结论, 就可得出 6、8、10; 9、12、15; 12、16、20……都是勾股数。

## 什么是默比乌斯带

默比乌斯带是拓扑学家们的杰作之一。它使人感到古怪的是: 只有一侧的曲面。

它的制作是极为简单的。我们把一个双侧环带随意在一处剪开, 然后扭转一半, 即  $180^\circ$ 。再粘合到一起来形成封闭的环, 就得到了默比乌斯带。

但如果描述为没有“另一侧”, 这是很难理解和想象的。但做起来却很容易, 你可随意从一处开始涂色(不离开这面)最终你将会发现默比乌斯带都被你涂上了颜色, 也就说明这的确是一个单侧面的带子。

默比乌斯具有各种意想不到的性质, 有人称之为“魔术般的变化”。如果我们把默比乌斯带沿中线剪开, 出乎意料地得到了一条双侧带子而不是两条。数学家对这种奇妙的现象解释为: 一



条默比乌斯带只有一条边，剪开却使它增加了第二条边与另一侧。如果把默比乌斯带沿三等分线剪开将使你又获新奇之感。剪刀将环绕纸带子走整整两圈，但只是一次连续的剪开，剪的结果是两条卷绕在一起的纸条，其中的一条是双侧纸圈，另一条则是新的默比乌斯带。你看，这真是一个奇妙的带子。

## 什么是黄金分割矩形

提起黄金分割知道的人很多。一点分两条线段的比大致是  $1:1.618$ ，这点就叫黄金分割点。但提起黄金分割矩形，知道的人就少多了。

先说一下黄金分割矩形的几何做法，以正方形  $ABCD$  的边  $AB$  的中点  $H$  为圆心， $HC$  为半径画弧交  $AB$  延长线于一点  $E$ ，过  $E$  点作  $EF \perp AE$  交  $DC$  延长线于  $F$ ，矩形  $AEFD$  就是黄金分割矩形。满足  $AD:AE=1:1.618$ 。

黄金分割矩形有一个不同寻常的性质，如果去掉图形中原来的正方形留下来的仍然是一个黄金分割矩形。

黄金分割矩形是看上去令人十分舒服的图形之一。早在公元前 5 世纪，希腊的建筑家们就知道了它的协调平衡的性质，并应用到自己的设计中。雅典的巴特农神殿的“人字墙”，几乎是一个极其准确的黄金分割矩形。

黄金分割矩形也被大量地应用到现代建筑中，建筑师们说：“数学使人们生活变得舒适了。”

黄金分割矩形也成为画家们的“几何消遣”，我们在《圣杰罗姆》这幅达·芬奇未完成的油画中，看到了包围着圣杰罗姆躯体的一个黄金分割图形。

一位艺术家声称：法国印象派画家舍勒特，“用黄金分割原理来画他的每一幅画”。



## 为什么直角三角形分割成全等三角形的个数不一定是完全平方数

易知，任意三角形可分割成与原三角形相似的  $m^2$  个全等的三角形（ $m$  为任意的正整数）。

直角三角形也不例外地可以分割成与原三角形相似的  $m^2$  个全等的三角形。这样能否断言：一个直角三角形分割成全等三角形的个数必为完全平方数。

如果那样，就显得太轻率了。你看，直角三角形斜边上的高把直角三角形割成两个相似的直角三角形。这就为非完全平方数的产生制造了机会。如果相似比是有理数，不妨设为  $\frac{K}{L}$ （ $K$ 、 $L$  为正整数）。这样直角三角形  $ABD$  就可分割成  $K^2$  个与原三角形相似的全等的小直角三角形。而直角三角形  $ADC$  也可分割成  $L^2$  个与原三角形相似的全等的小直角三角形。而这  $K^2 + L^2 = n$  个小直角三角形又都是全等的，正整数  $n$  又未必是完全平方数，如当  $n = 2^2 + 3^2 = 13$  时。从而可以确信：对于每个两平方数之和形式的  $n$ ，存在可分割成  $n$  个全等三角形的直角三角形，而  $n$  可以不是完全平方数。

## 为什么答案是错的

某中学举行数学邀请赛，其中有这样一道题：

“直角三角形的斜边  $AB$  长  $10\text{cm}$ ，内切圆半径为  $2.5\text{cm}$ ，求其周长。”

有两位要好的同学，如此解答。由圆外一点向圆引二切线，切线长相等，四边形  $EODC$  为正方形。则有  $CE = CF = 2.5\text{cm}$



$\because AD=AE, BE=BF, \therefore BF+AE=AB=10\text{cm}.$

$DE+FC=2.5+2.5=5\text{cm}.$  周长为  $AB+AE+BF+CE+CF=25\text{cm}.$

得到了同一结果。当他们向数学老师汇报时，数学老师看了题和解答后，让这两位同学，一个剪一个半径为  $2.5\text{cm}$  的图纸片，另一个同学作一个斜边为  $10\text{cm}$  的直角三角形，然后让他们按题设条件把圆放在三角形纸板上，两位同学惊奇的发现，无论怎样变化直角三角形的两条直角边，也容不下这个圆，这就是说答案错了。为什么答案是错的？他们去问数学老师。

老师说：“这是著名的勾股容圆问题，我国古代数学家在这方面有许多贡献”。接着老师给出解答。

设  $AE=x, BF=y, \because AD=AE, BD=BF$

$\therefore x+y=10$  又有  $(x+2.5)^2 + (y+2.5)^2 = 10$

解方程组有

$$\begin{cases} x+y=10 \\ (x+2.5)^2 + (y+2.5)^2 = 10 \end{cases}$$

$$4x^2 - 40x + 125 = 0$$

$$\Delta = (-40)^2 + 4 \times 4 \times 125$$

$$= 1600 - 2000 < 0$$

所以方程组无实数解。

“为什么是这样？”学生追问着。

设直角三角形内切圆的半径为  $r$ ，则有  $r = \frac{1}{2} (AC + BD - AB) = \frac{1}{2} (10\cos A + 10\sin A - 10) = 5 (\cos A + \sin A - 1)$

$\cos A + \sin A$  最大值为  $\sqrt{2}$

所以  $r_{\text{最小}} = 5 (\sqrt{2} - 1)$  而  $5 (\sqrt{2} - 1) < 2.5$

这就是说，斜边上  $10\text{cm}$  的直角三角形，内切圆半径，不可





能为 2.5cm。同学解答错了的原因是只靠几何直观，而这种直观，有时是不能正确反映出事物的内在联系的。

## 圆面积与圆周长的一种特殊关系

我们知道，物体作匀速直线运动时，位移  $S$  与所经过时间  $t$  的比，就是物体运动速度  $v$ ，即  $v = \frac{S}{t}$ 。

如果物体作非匀速直线运动，设运动规律是  $S = S(t)$ ，从  $t_0$  到  $t_0 + \Delta t$  这段时间  $\Delta t$  内，物体位移  $\Delta S = S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)$  与时间改变量  $\Delta t$  的比，就是这段时间内物体的平均速度  $\bar{v}$ ，即  $\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{\Delta t}$ 。当  $\Delta t \rightarrow 0$  时， $\frac{\Delta S}{\Delta t}$  的极限值为  $t_0$  时刻的即时速度。

一般情况下，对函数  $f(x)$  考虑上述相应的情形。即在  $x_0$  处给出  $\Delta x$  的改变量，函数改变量  $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$  与  $\Delta x$  的比  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ ，当  $\Delta x \rightarrow 0$  时， $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  的极限值为  $f(x)$  在  $x_0$  点的导数。导数是微积分中最重要的概念之一。对各种函数求导已经形成一套完整的求导公式。例如， $f(x) = x^n$ ， $f'(x) = nx_{n-1}$  表示  $f'(x)$  的导数，即当  $\Delta x \rightarrow 0$  时， $f'(x)$  等于  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  的极限值。仅就  $f(x) = x^3$  的导数  $f'(x) = 3x^2$  情形给予简单证明，当  $\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} = 3x^2 + 3x\Delta x + (\Delta x)^2$ ，当  $\Delta x \rightarrow 0$  时， $\frac{\Delta x}{\Delta y} \rightarrow 3x^2$ ，即  $f'(x) = 3x^2$ 。没有学过微积分的读者，可从上面简单的叙述对微积分窥见一斑。

导数的应用极广，而在很多其它学科里面对于某个问题求导，其导数都有明显的实际意义。例如，物体做功  $W$  的时间  $t$



的函数  $W = W(t)$  其导数  $W'(t)$  就是功率。再如, 电流通过导线横截面的电量为  $q = q(t)$ , 对时间  $t$  的导数就是电流强度, 即  $I = q'(t)$ 。那么, 在数学这门学科里面, 导数除了有其几何意义 (即在某点处的导数, 就是在该点处的切线的斜率) 之外, 是否对某个具体问题, 也有明显的意义呢? 答: 是的。圆面积与圆长的特殊关系是一个生动的例证。

我们知道, 圆面积  $S = S(r)$ , 即圆面积是半径  $r$  的函数, 具体的是  $S = \pi r^2$ 。如果对该函数求导,  $S'(r) = (\pi r^2)' = \pi (r^2)' = \pi (2r) = 2\pi r$  (注意,  $\pi$  为常量, 求导时可以“提出来”)。其导数  $S'(r) = 2\pi r$ , 恰恰是圆的周长。

还可以举出一个例子。球体积  $V = V(r)$  是球半径  $r$  的函数,  $V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$ , 其导数  $V'(r) = (\frac{4}{3}\pi r^3)' = \frac{4}{3}\pi (r^3)' = 4\pi r^2$ 。即, 球体积关于其变量  $r$  求导, 其导数是球的表面积。

## 为什么圆的周长的计算是极限问题

我们知道, 圆的周长是  $l = \pi R$ , 其中  $R$  是圆的直径, 所以, 要计算圆的周长, 关键是  $\pi = ?$  中国古代数学家刘徽在《九章算术》中, 创立了“割圆术”来计算  $\pi$ , 使用了极限思想。一个直径为  $R$  的圆。作内接正六边形, 然后平分每个边所对的弧, 作内接正十二边形, 再平分, 得到二十四边形、四十八边形等等。让第  $n$  次分割后的正多边形的周长是  $l_n$ 。我们知道  $l_n$  是可以计算的。但不论怎么分,  $l_n$  是一个多边形的周长。刘徽说: “割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆合体而无所失矣。”也就是说, 割的次数越多, 即  $n$  越大, 则  $l_n$  与圆周长  $l$  相差越小, 到最后不能割了, 它就是圆的周长。也就是说对数列  $\{l_n\}$ , 我们感兴趣的不是具体的  $l_n$ , 而是  $l_n$  当  $n$  增大时的变化趋



势， $l_n$  与  $l$  越来越接近。比如若  $l_n = \frac{n}{n+1}$ ，有  $l_1 = \frac{1}{2}$ ， $l_2 = \frac{2}{3}$ ， $l_3 = \frac{3}{4}$ ， $l_4 = \frac{4}{5}$ ……我们看到当  $n$  越来越大时， $l_n$  的变化趋势越来越接近于 1。通过这种计算方法，刘徽得到了  $3.1415 < \pi < 3.1416$  的结果。在当时的情况下，处于世界领先地位。

通过刘徽的割圆术，我们看到，对数列  $\{a_n\}$ ，我们不仅要考虑到每一项  $a_n$  是什么，而且更感兴趣的是当  $n$  越来越大时， $a_n$  的变化趋势。有很多问题都是要研究这种变化趋势的。也就是  $a_n$  逐渐接近的那个数是什么？我们把  $a_n$  逐渐接近的数称为  $a_n$  的极限。这样就发展起来了极限理论。为微积分找到了严密的理论基础。

## 为什么两箱铁球一样重

有两个完全相同的立方体包装箱。左边箱里装一个大铁球、直径刚好与箱子的高度相同。右边箱里装满许多小铁球。

两箱铁球质量相同，那么，哪一个箱子重些呢？很显然应考虑两箱铁球的体积。

设大立方体的体积为  $V$ ，其内装球的体积为  $V_{\text{球}}$ 。小立方体的体积为  $V_i$ ，其内装球的体积为  $V_{i\text{球}}$

$$\text{显然 } \frac{V_{\text{球}}}{V} = \frac{V_{i\text{球}}}{V_i} \quad (i=1, 2, 3, \dots, n)$$

$$\text{即：} \frac{V_{1\text{球}}}{V_1} = \frac{V_{2\text{球}}}{V_2} = \frac{V_{3\text{球}}}{V_3} = \dots = \frac{V_{n\text{球}}}{V_n} = \frac{V_{\text{球}}}{V}$$

由等比定理有：

$$\frac{V_{1\text{球}} + V_{2\text{球}} + V_{3\text{球}} + \dots + V_{n\text{球}}}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n} = \frac{V_{\text{球}}}{V}$$

$$\text{就有 } \frac{V_{1\text{球}} + V_{2\text{球}} + \dots + V_{n\text{球}}}{V} = \frac{V_{\text{球}}}{V}$$



所以,  $V_{1球} + V_{2球} + \dots + V_{n球} = V_{球}$

即: 左图一个大球的体积等于右边几个小球的体积, 故两箱铁球一样重。

## 为什么五面体 + 四面体可能等于五面体

五面体和四面体的组合体, 要想获得最少的面, 完全可以想象, 它们有一个面重合, 这样就得到了  $5 + 4 - 2 = 7$  个面。面数还能否再减少些呢? 这就决定于五面体和四面体的形状了。如果五面体是一个正四棱锥, 四面体是一个正四面体, 且正四棱锥的侧面能与正四面体的面重合, 这时的组合体就是五面体。我们来证明一下这个问题。

我们把正四面体的面  $FGH$  与正四棱锥的侧面  $VBC$  重合, 得到一个多面体, 这个多面体有平面  $ABCD$ 、 $VAB$ 、 $VBE$ 、 $VEC$ 、 $VDC$ 、 $VAD$ 、 $EBC$  等七个面, 但仔细一观察发现  $VAB$  与  $VBE$  共面,  $VDC$  与  $VEC$  共面, 七个面再减少两个面, 就只剩五个面了。

平面  $VAB$  与  $VBE$  共面也是不难证明的。

在棱  $VB$  上取中点  $M$ , 连结  $MA$ 、 $MV$ 、 $ME$  显然:  $\angle AMC$ 、 $\angle EMC$  分别是二面角  $C - VB - A$  与  $EVB - V$  的平面角, 这样, 只要证明  $\angle AMC + \angle EMC = 180^\circ$ , 即证平面  $VAB$  与平面  $VBE$  共面。

若设棱长  $AB = a$

$\triangle AMC$  中,  $AC = \sqrt{2}a$ ,  $AM = MC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

由余弦定理,  $\cos \angle AMC = \frac{AM^2 + MC^2 - AC^2}{2AM \cdot MC}$



$$= \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 - 2a^2}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}a) \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}a)} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{则 } \angle AME = \arccos(-\frac{1}{3}) = \pi - \arccos \frac{1}{3}$$

$$\text{在 } \triangle EMC \text{ 中, } EC = a, MC = MC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$\text{由余弦定理: } \cos \angle EMC = \frac{ME^2 + MC^2 - EC^2}{2ME \cdot MC}$$

$$= \frac{(\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2}a)^2 - a^2}{2(\frac{\sqrt{3}}{2}a) \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2}a)} = \frac{1}{3}$$

$$\text{则 } \angle EMC = \arccos \frac{1}{3}$$

$$\text{即证: } \angle AMC + \angle EMC = T_1 - \arccos \frac{1}{3} + \arccos \frac{1}{3} = \pi$$

同理, 平面 VDC 与平面 VEC 也共面。

## 怎样进行应用题验算

检查应用题解答是否正确, 可采用以下几种方法:

第一, 对求出的数量和应用题所反映的实际情况进行粗略的估计, 如果计算结果同实际情况差不多, 就有可能是正确的。例如, “五年级一班有男生 22 人, 平均身高为 144.8 厘米, 有女生 18 人, 总身高为 2611.2 厘米, 全班学生平均身高是多少厘米?” 列式计算为:  $(144.8 + 2611.1) \div (22 + 18) = 68.9$  (厘米), 根据题意估计, 全班学生平均身高应为 144.8 厘米左右, 然而计算结果为 68.9 厘米, 显然很不符合实际情况, 所得结果错误。

第二, 把求出的结果当作已知条件, 代入原题, 依据题意,



能否求出其中一个条件。例如,“美霞服装厂计划做 670 套衣服,已经做了 4.5 天,平均每天做 82 套。剩下的要在 3.5 天内做完,平均每天应做多少套?”

$$(670 - 82 \times 4.5) \div 3.5 = 86 \text{ (套)}$$

验算时,把 86 套作为已知条件代入题目中,依据题意列式计算,看能否求出已知条件。

$$\textcircled{1} 82 \times 4.5 + 86 \times 3.5 = 670 \text{ (套)}$$

$$\textcircled{2} (670 - 86 \times 3.5) \div 82 = 4.5 \text{ (天)}$$

$$\textcircled{3} (670 - 86 \times 3.5) \div 4.5 = 82 \text{ (套)}$$

代入后所求结果与已知条件相符,原答案正确。

第三,用不同解法检验。这种方法适用于有不同解法的应用题。如果有的题目只能用一种解法,可以通过不同的解题思路进行检验。

第四,根据题目中总量与部分量的关系,或量的对应关系来检验原解是否正确。例如:“配制黑火药用的原料是火硝、硫磺和木炭。这三种原料重量的比是 15:2:3。要配制这种黑火药 160 千克,需要三种原料各多少千克?”

$$15 + 2 + 3 = 20$$

$$\text{火硝千克数: } 160 \times \frac{15}{20} = 120 \text{ (千克)}$$

$$\text{硫磺千克数: } 160 \times \frac{2}{20} = 16 \text{ (千克)}$$

$$\text{木炭千克数: } 160 \times \frac{3}{20} = 24 \text{ (千克)}$$

验算:  $120 + 16 + 24 = 160$  (千克), 三种原料的总千克数与火药的千克数相等。

$$120:16:24 = 15:2:3$$

三种原料重量的比与已知条件相同,说明解答正确。



## 列方程解应用题的关键是什么

列方程解应用题的一般步骤是：

- (1) 弄清题意，找出未知数，并用  $x$  表示；
- (2) 找出应用题中数量之间的相等关系，列方程；
- (3) 解方程；
- (4) 检验，写出答案。

其中找出应用题中数量之间的相等关系最关键，只有这样才能列出方程。

例如：“小青买两节五号电池，付出 0.6 元，找回了 0.08 元。每节五号电池多少元？”

这样想：付出的钱数 - 两节电池的钱数 = 找回的钱数。

从而列出方程： $0.6 - 2x = 0.08$

## 怎样利用“假设” 的数学思想解答应用题

有些应用题可将题中某个条件假设为与之相近的另一个条件，并从假设条件入手，分析数量关系，找出解题思路。

例如：“学校买了 4 个篮球和 9 个足球，共花 161.2 元，一个篮球比一个足球贵 7.8 元，一个足球多少元？”

可以这样想：假设把 4 个篮球换 4 个足球，可以少花  $7.8 \times 4 = 31.2$  (元)，就可以找到  $(9 + 4)$  个足球的总价是  $(161.2 - 31.2)$  元，从而求出每个足球的单价是：

$$(161.2 - 31.2) \div (9 + 4)$$

$$= 130 \div 13$$

$$= 10 \text{ (元)}$$



篮球单价是： $10 + 7.8 = 17.8$ （元）

如果把足球假设成篮球，思路也是一样。

再举一道数学竞赛中的题目。

“蜘蛛有 8 条腿，蝴蝶有 6 条腿和 2 对翅膀，蝉有 6 条腿和 1 对翅膀。现在这三种小虫共 21 只，共 140 条腿和 23 对翅膀。问蜘蛛、蝴蝶、蝉各多少只？”

题中要求三个未知量。但是，蝴蝶与蝉每只的腿数相同，因此按每只腿的多少，可分为两类：8 条腿的蜘蛛和都是 6 条腿的蝴蝶与蝉。

假设 21 只都是蝴蝶与蝉，那么应有  $6 \times 21 = 126$ （条）腿，比实际的总腿数少了  $140 - 126 = 14$ （条）。这是由于每只蜘蛛少算了 2 条腿，从而算出 7 只蜘蛛，蝴蝶与蝉一共 14 只。

再根据翅膀数分别求出蝴蝶和蝉。假设 14 只都是蝴蝶，那么应有翅膀  $2 \times 14 = 28$ （对），这比实际翅膀总数多了  $28 - 23 = 5$ （对），这是由于每只蝉多算了 1 对翅膀，从而算出蝉的只数。

$$\text{即 } (140 - 126) \div (8 - 6)$$

$$= 14 \div 2 = 7 \text{（只）} \quad \text{（蜘蛛数）}$$

$$21 - 7 = 14 \text{（只）} \quad \text{（蝴蝶和蝉共有数）}$$

$$(2 \times 14 - 23) \div (2 - 1)$$

$$= 5 \text{（只）}$$

$$14 - 5 = 9 \text{（只）} \quad \text{（蝴蝶数）}$$

用不同的假设也可以如例求出蜘蛛、蝴蝶、蝉各多少只。

## 怎样利用“转化” 的数学思想解答应用题

有些应用题，题里给出两个或两个以上未知数量的关系。要求这些未知数量，思考的时候，可以根据所给的条件，用一个未





知数量转化为另一个未知数量，从而找到解题的方法。

例如，“师徒二人合作一批零件，徒弟做了 6 小时，师傅做了 8 小时，一共做了 312 个零件。徒弟 5 小时的工作量等于师傅 2 小时的工作量。师徒每小时各做多少个？”

可以这样想：把师傅的工作量转化为徒弟的工作量。以徒弟每小时工作量作为 1 份，师傅 2 小时的工作量相当于这样的 5 份，8 小时里有 4 个 2 小时，相当于 20 份徒弟每小时的工作量。从而得出：

$$312 \div [6 + 5 \times (8 \div 2)]$$

$$= 12 \text{ (个)} \quad \text{(徒弟每小时工作量)}$$

$$12 \times 5 \div 2 = 30 \text{ (个)} \quad \text{(师傅每小时工作量)}$$

也可以这样想：以徒弟每小时工作量作为 1 份，先看师傅 1 小时工作量相当于这样的几份，再看师傅 8 小时的工作量相当于这样的几份，从而得出徒弟每小时的工作量。即  $312 \div [6 + 8 \times (5 \div 2)]$

也可以以师傅每小时的工作量作为一份，把徒弟的工作量转化为师傅的工作量，从而得出师傅每小时的工作量。即

$$312 \div [8 + 6 \times (2 \div 5)]$$

又如：“某农机场修理一批拖拉机，在责任制前每天只修 3 台，实行责任制后，每天比原来多修 2 台。因此，这批拖拉机可以提前 4 天修好，这批拖拉机有多少台？”

根据现有条件，不易直接求出这批拖拉机有多少台。把已知条件加以转化。

$$1 \text{ 天} \quad 3 \text{ 台} \longrightarrow 1 \text{ 台} \quad \frac{1}{3} \text{ 天}$$

$$1 \text{ 天} \quad 5 \text{ 台} \longrightarrow 1 \text{ 台} \quad \frac{1}{5} \text{ 天}$$

责任制后比责任制前每台少用



$$\frac{1}{3} - \frac{1}{5} = \frac{2}{15} (\text{天})$$

因为这批拖拉机提前 4 天完成, 从而求出这批拖拉机的总台数。

$$4 \div \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) = 30 (\text{台})$$

## 怎样利用“对应” 的数学思想解答应用题

利用集合 A 的元素和集合 B 元素之间的对应关系来分析应用题, 找到其解题思路。

例如, “洗衣机厂门市部上午卖出 3 台洗衣机, 下午卖出 5 台洗衣机, 下午比上午多收货款 378 元, 每台洗衣机售价多少元?”

这道题中下午比上午多卖出的台数, 和下午比上午多收的钱数是对应关系。多卖出  $(5-3)$  台, 多收 378 元, 即 378 元所对应的是  $(5-3)$  台洗衣机, 从而求出每台洗衣机的售价。

再看下例:

“一堆苹果, 3 人平分剩 1 个, 4 人平分剩 2 个, 5 人平分剩 3 个, 6 人平分剩 4 个, 7 人平分剩 5 个。这堆苹果至少有多少个?”

我们以苹果数为被除数, 那么除数与余数的对应关系如下表:

除数	3	4	5	6	7
余数	1	2	3	4	5
除数 - 余数	2	2	2	2	2



由表可见：除数与余数的差都是 2，这就是说，被除数加 2 的和能分别被 3、4、5、6、7 整除。因此，先求出 3、4、5、6、7 的最小公倍数是 420， $420 - 2 = 418$ （个）就是这堆苹果的至少个数。

## 怎样用“点图”的 思考方法解答应用题

有些应用题的题意比较抽象，关系比较复杂，我们可以用“点图”表示它们之间的关系，不仅直观、形象，甚至能直接找到问题的答案。请看下例：

“甲、乙、丙、丁与小强五名同学一起进行象棋比赛，每两人都要比赛一盘，到现在为止，甲已经赛了 4 盘，乙赛了 3 盘，丙赛了 2 盘，丁赛了 1 盘。问小强已经赛了多少盘？”

在分析这个问题时，先将五个人看成五个“点”，两人比赛过，就用线段连结相应的两点，根据“甲已赛了 4 盘”，再依次根据“丁赛了 1 盘”、“乙赛了 3 盘”、“丙赛了 2 盘”，画出图。

然后可以得到答案：小强已经赛了 2 盘。

## 怎样利用“倒推法” 灵活巧妙地解决实际问题

生活中有些实际问题，如果按照事情发展的过程，由先到后顺序思考，不易得到解决。如果换一个方向，用倒推法分析，有时倒能灵活巧妙地解决实际问题。现举一个例子：

有一天，三个小朋友在图书馆相会。甲说：我每隔一天来一次。乙说：我每隔两天来一次。丙说：我每隔三天来一次。管理员告诉他们说：每逢星期三闭馆。三个小朋友说：如果预定来的



日子正好是闭馆日，那就次日来。从今天开始，他们按这个办法来，上一次星期一他们三人又在图书馆相聚。上次谈话离这个星期一最近的可能是星期几？

用倒推法分析，列出下表：

星期	六	日	一	二	三	五	六	一
甲	✓		✓		✓		✓	✓
乙	✓			✓			✓	✓
丙	✓					✓		✓

从表中可以看出本题的答案是星期六。

## 怎样利用“列举法”解答应用题

有些应用题的数量关系较为隐蔽，可以用列表的方式，把应用题的条件所涉及的数量或结论的各种可能一一列举出来，使人“了如指掌”，这就是列举法。

	伍元币	贰元 币	壹元币
取的张数	1	0	3
	1	1	1
	0	1	6
	0	2	4
	0	3	2
	0	4	0
	0	0	8

例如：“有 1 张伍元币，4 张贰元币，8 张壹元币。要拿出 8



元钱，可以有几种拿法？”

如果随便拿出 8 元钱，是很容易的，难就难在把所有情况考虑全，既不遗漏，也不重复，用列表法就容易做到这点。

在列表中可先排伍元币，再排贰元币，按顺序排，就不会重复，也不会遗漏了。

从表中看出，有 7 种拿法。

又如，“三个盒子里的珠宝数不等。第一次从甲盒里拿出一些珠宝放入乙、丙盒内，使乙、丙两盒里的珠宝数增加一倍；第二次从乙盒里拿出一些珠宝放入甲、丙盒里，又使甲、丙两盒的珠宝数增加一倍；第三次从丙盒里拿出一些珠宝放入甲、乙两盒里，又使甲、乙两盒的珠宝数增加一倍。这时三个盒里都有 48 颗珠宝。问最初三个盒里各有珠宝多少颗？”

可以采用倒推法，再结合列举法进行分析，从最后三个盒里都有 48 颗珠宝进行逆推。甲、乙两盒的珠宝增加一倍后才是 48 颗，原来应是 24 颗，甲、乙两盒珠宝减半后还给丙，丙原来有  $48 + 24 \times 2 = 96$ （颗），以此类推，列表如下。

	甲	乙	丙
第三次后珠宝数	48	48	48
第二次后珠宝数	24	24	96
第一次后珠宝数	12	84	48
最初珠宝数	78	42	24

从表中看出：最初甲盒有 78 颗，乙盒有 42 颗，丙盒有 24 颗。



## 怎样利用“加法原理” 解决生活中的实际问题

什么叫“加法原理”？先请看一个实例：

“从北京到天津，可以坐火车，也可以坐汽车，还可以坐飞机。如果某一天中，从北京到天津有4班火车、两班汽车和一班飞机，那么在一天离开北京去天津，可以有多少种不同的走法？”

可以这样想：如果在一天离开北京，前往天津可以选乘各种交通工具，而每种交通工具又有不同的班次。那么把每一种交通工具的班次各算作一种走法，共有  $4 + 2 + 1 = 7$ （种）走法。

也就是说，做一件事，完成它可以有  $n$  类办法，在第一类办法中有  $m_1$  种办法，在第二种办法中有  $m_2$  种方法……在第  $n$  类办法中有  $m_n$  种方法，那么完成这件事共有： $N = m_1 + m_2 + \dots + m_n$  种不同的方法。这就是加法原理。

利用加法原理，可以解决生活中很多实际问题。例如：“李平到花店买花，花架上有各种颜色的鲜花，有红色的鲜花6种，有白色的鲜花4种，有黄色的鲜花3种，有粉色的鲜花2种。李平要买其中1种鲜花，她可以有多少种不同的选择？”

利用加法原理： $n = 4$ ， $m_1 = 6$ ， $m_2 = 4$ ， $m_3 = 3$ ， $m_4 = 2$ 。

买其中1种鲜花，共有  $N = 6 + 4 + 3 + 2 = 15$ （种）选择方法。

## 怎样利用“乘法原理” 解决生活中的实际问题

什么叫“乘法原理”？先请看一个实例。



“王红和李芬两位同学帮花店扎花，要从三只篮子中各取一支花扎在一起，已知每只篮子里各有3种不同的花，问她们可以扎成多少种不同式样的花束？”

可以这样想：完成这件事需要三个步骤（要从三只篮子中各取一支花扎在一起），做第一步有  $m_1$  种方法（第一支花可选3种不同的花），做第二步有  $m_2$  种方法（第二支花可选3种不同的花），第三步有  $m_3$  种方法（第三支花可选3种不同的花）。完成这件事共有  $3 \times 3 \times 3 = 27$ （种）不同式样的花束。

也就是说，做一件事，完成它需要分成几个步骤，做第一步有  $m_1$  种方法，做第二步有  $m_2$  种方法……做第  $n$  步有  $m_n$  种方法，那么完成这件事共有  $N = m_1 \times m_2 \times m_3 \times \dots \times m_n$ 。这就是乘法原理。

利用乘法原理，可以解决生活中的一些实际问题。例如：

“从甲地到乙地有4条路，从乙地到丙地有3条路，从丙地到丁地有2条路，那么从甲地到丁地共有多少条路？”

利用乘法原理  $n=3$ ， $m_1=4$ ， $m_2=3$ ， $m_3=2$ 。

所以从甲地到丁地共有： $4 \times 3 \times 2 = 24$ （条）不同的路。

加法原理与乘法原理是一对很有价值的数学法则，我们在应用时，要区别其不同的适用范围。加法原理是说，要做一件事，有各类方法，每一类又可以是不同的途径。但不管哪一类，哪一种方法都可以完成这件事。而乘法原理则不同，它是说，要做一件事，有若干步骤，每一步可以有几种不同的方法。然而，每一步都不能缺少，少了一步就完不成这件事。

下面举两个例子加以区别。

例1 一个学生要买3本学习参考书，其中1本数学，1本语文，1本外语。他来到书店发现有4种数学，3种语文和5种外语参考书可供选择。问他有多少种不同的选择方法？

这道题是说：要买三本书，而每本书都有选择的余地，从



“数学、语文、外语”各类书中任取一本，就是一种选择方法，因此要利用乘法原理  $4 \times 3 \times 5 = 60$ （种）不同的选择方法。

例2 在图书室的书架上摆放着许多书，书架的第一排有8本文艺小说，7本武侠小说，6本科学幻想小说和15本故事书。一位学生要在这些书中借一本，他有多少种不同的选择方法？

这道题是说，要在8本文艺小说，7本武侠小说……等一共  $8 + 7 + 6 + 15 = 36$ （本）书中选择一本，显然有36种选择方法，用的是加法原理。

## 什么叫等差数列 和等差数列通项公式

请同学们观察一下，下面的三项数有什么共同的特点：

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10

2、4、6、8、10、12、14、16、18……30、32

5、10、15、20、25、30、……95、100

不难看出，第一列数中相邻的两个数都差1，第二列数中相邻的两个数都差2，第三列数中相邻的两个数都差5。这三列数的共同特点是每列数中相邻两个数的差都相等，我们把这样一列数叫做等差数列。

等差数列中的每一个数都叫做这个等差数列的一项。在第一个位置上的数叫做第1项，也叫首项，用  $a_1$  表示；在第二个位置上的数叫做第2项，用  $a_2$  表示；一般地，在第  $n$  个位置上的数叫做第  $n$  项，也叫做这个等差数列的通项，用  $a_n$  表示。

例如前面讲的等差数列 2、4、6、8、10……32、其中  $a_1 = 2$ ， $a_2 = 4$ ， $a_3 = 6$ …… $a_{16} = 32$ 。

在等差数列中，用后项减去相邻的前一项的差，叫做这个等差数列的公差，一般用字母  $d$  表示，也就是说：





$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

例如上面讲的等差数列 2、4、6、8、10……、32 的公差是 2，可以记作  $d = 2$ 。

从等差数列的特点可以知道，等差数列中任一项都应等于它前面的一项加上公差  $d$ ，所以有：

$$a_2 = a_1 + d$$

$$a_3 = a_2 + d$$

$$a_3 = a_2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$$

$$a_4 = a_3 + d = (a_2 + 2d) + d = a_2 + 3d$$

……

这就是说，等差数列从第 2 项起，每一项都等于第 1 项加上公差的若干倍，这个倍数等于这一项的项数减 1 的差。所以有：

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

这个公式叫做等差数列的通项公式，利用通项公式可以求出等差数列中的任何一项。

例如，求等差数列 3、5、7……的第 10 项和第 100 项。

在这个等差数列中，已知  $a_1 = 3$ ， $d = 5 - 3 = 2$ ， $n = 10$ 、100。

利用等差数列的通项公式，可得：

$$a_{10} = a_1 + (10 - 1) \times d = 3 + 9 \times 2 = 21$$

$$a_{100} = a_1 + (100 - 1) \times d = 3 + 99 \times 2 = 201$$

## 怎样应用“等差数列求和”公式实际问题

等差数列求和公式在实际中应用很广，例如，有一堆电线杆，最底下一层是 100 根，倒数第二层有 99 根，以后每上一层



减少一根，最顶上一层有 1 根，问这堆电线杆共有多少根？

实际上，这就是要计算下式的和。

$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100$ ，这就是一道等差数列求和的题。

再看下面两例。

“我家在一条短胡同里，这条胡同的门牌从 1 号开始，挨着号码编下去。如果除我家外，其余各家的门牌号数加起来，减去我家的门牌号数，恰好等于 100。问我家的门牌号是几号？全胡同共有几家？”

这样想：根据题意，全胡同所有各家门牌号之和与我家门牌号的 2 倍的差为 100，所以全胡同所有各家门牌号之和要超过 100，它与 100 的差是我们家门牌号的 2 倍，所以这个差应为偶数。应用等差数列求和公式算出：

$$1 + 2 + 3 + \dots + 14 = \frac{(1 + 14) \times 14}{2} = 105$$

但  $105 - 100 = 5$ ，5 是一个奇数，它不可能是某个自然数的 2 倍，所以全胡同不可能是 14 家。又由于： $1 + 2 + 3 + \dots + 15 = 105 + 15 = 120$

$120 - 100 = 20$ ，20 是偶数，符合题意。所以本题的答案为：我家门牌号为 10 号；全胡同共有 15 家。

又如，“若干个同样的盒子排成一排，小明把 55 个同样的棋子分装在盒中，其中只有一个盒子没有棋子，然后外出了，小光从每个有棋子的盒子里各拿了一个棋子放在盒里，再把盒子重新排了一下。小明回来仔细查看了一番，没有发现有人动过这些盒子和棋子，问共有多少个盒子？”

这样想：由于小明有一个盒子没放棋子，而小光在有棋子的盒子中各取一个后，都放在原先的空盒内，这时又应出现一个空盒，也就是说小明有一个盒子只放了一个棋子；同样道理也有一



个盒子放了 2 个棋子。依次类推，小明的放法为：0、1、2、3  
.....

因为  $0 + 1 + 2 + 3 + \dots + 10$

$$= \frac{(0 + 10) \times 11}{2} = 55$$

所以，共有 11 个盒子。

## 为什么已知 1992 年元旦是星期三，就能很快推出 2000 年“六一”儿童节也是星期三

由于每一星期有 7 天，即星期数是 7 进位的。例如今天是星期四，那么 8 天后应该是星期五，也就是今天的星期数再加上 8 除以 7 所得的余数。

可以这样想：从 1992 年元旦到 2000 年元旦这八年中，有 1992 年和 1996 年是闰年（二月是 29 天），这两年各是 366 天，其余 6 年每年 365 天。366 除以 7 的余数是 2，365 除以 7 的余数是 1。2000 年的 1 月份是 31 天，2 月份是 28 天，3 月份是 31 天，4 月份是 30 天，5 月份是 31 天，这些天数除以 7 的余数分别是：3、0、3、2、3，以上余数的和是  $2 \times 2 + 1 \times 6 + 3 + 0 + 3 + 2 + 3 = 21$ ，21 除以 7 的余数为 0，所以 2000 年“六一”儿童节也是星期三。

## 不翻日历，你能算出某一天是星期几吗

如果我们知道 1991 年的国庆节是星期二，要问 1992 年的元



但是星期几？这并不难。我们可以这样想：从国庆节到元旦共有  $30 + 30 + 31 + 1 = 92$ （天），用 92 除以 7 余 1，1991 年的国庆节是星期二，所以 1992 年元旦是星期三。

再如，我们知道 1992 年的元旦是星期三，那么 1992 年的“六一”儿童节是星期几？我们可以这样想，从元旦到“六一”共有： $30 + 29 + 31 + 30 + 31 + 1 = 152$ （天），用 152 除以 7 余 5，1992 年元旦是星期三，所以 1992 年的“六一”儿童节是星期一。

以上的算法，都是根据前一个日子是星期几，然后算出中间间隔的天数，再用间隔的天数除以 7，如果正好整除，没有余数，那么要求的后一个日子与前一个日子的星期数相同；如果没有整除，有余数，那么余数是几，就依据前一个日子是星期几，往后推算几天，就能得到要求的后一个日子为星期几。

如果你想知道随便哪一天是星期几，既没有提供前一个日子是星期几，或者后一个日子是星期几，不翻日历，你能算出来吗？这就很困难了，如果你掌握了下面这个公式，按照公式去计算，就能化难为易了。

这个公式是：

$$S = x - 1 + \left[ \frac{x-1}{4} \right] - \left[ \frac{x-1}{100} \right] + \left[ \frac{x-1}{400} \right] + c$$

公式里的  $x$  是表示公元的年数，三个分数  $\frac{x-1}{4}$ 、 $\frac{x-1}{100}$ 、 $\frac{x-1}{400}$  计算时，只要商的整数部分，余数略去，如  $\frac{1992-1}{4} = \frac{1991}{4}$ ，1991 除以 4 得  $497 \dots 3$ ，只要商 497，余数 3 略去不算；又如  $\frac{1992-1}{100} = 1991 \div 100 = 19 \dots 91$ ，只要商 19，余数 91 略去不算。C 是从这一年的元旦算到要求的这一天为止，包括这一天在内的总天数，如求这一年的“五一”劳动节是星期几，C 就等



于  $31 + 28 + (\text{闰年 } 29 \text{ 天}) + 31 + 30 + 1$  的天数。求出  $S$  以后，再用 7 除，如果正好除尽，这一天一定是星期日；如果余数是 1，那么这一天是星期一；如果余数是 2，这一天就是星期二，依此类推。

现在我们用公式先试做一道题，算完以后可以翻开日历核查一下，看看对不对。

1992 年 10 月 1 日是星期几？

$$\begin{aligned} S &= 1992 - 1 + \left[ \frac{1992 + 1}{4} \right] - \left[ \frac{1992 - 1}{100} \right] + \left[ \frac{1992 - 1}{400} \right] + \\ &\quad (31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 1) \\ &= 1991 + 497 - 19 + 4 + 275 \\ &= 2748 \end{aligned}$$

$$2748 \div 7 = 392 \dots 4$$

余数是 4，所以 1992 年 10 月 1 日是星期四。

1949 年 10 月 1 日是我们伟大的中华人民共和国成立的日子，这一天是星期几？

$$\begin{aligned} S &= 1949 - 1 + \left[ \frac{1949 + 1}{4} \right] - \left[ \frac{1949 - 1}{100} \right] + \left[ \frac{1949 - 1}{400} \right] + \\ &\quad (31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 1) \\ &= 1948 + 487 - 19 + 4 + 274 \\ &= 2694 \end{aligned}$$

$$2694 \div 7 = 384 \dots 6$$

余数是 6，所以 1949 年 10 月 1 日星期六。

1927 年 8 月 1 日是中国共产党领导的人民军队创建的日子，这一天是星期几？

$$\begin{aligned} S &= 1927 - 1 + \left[ \frac{1927 + 1}{4} \right] - \left[ \frac{1927 - 1}{100} \right] + \left[ \frac{1927 - 1}{400} \right] + \\ &\quad (31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 1) \\ &= 1926 + 481 - 19 + 4 + 213 \end{aligned}$$



$$= 2605$$

$$2605 \div 7 = 372 \dots 1$$

余数是 1，所以 1927 年 8 月 1 日是星期一。

## 你知道数的概念的发展吗

数的概念是从实践中产生和发展起来的。早在原始社会末期，由于计数的需要，人们就建立起自然数的概念。

随着生产和科学的发展，数的概念也得到发展。

为了表示各种具有相反意义的量以及满足记数法的要求，人们引进了零及负数，把自然数看作正整数，把正整数、零、负整数合并在一起，构成整数。

为了解决测量、分配中遇到的将某些量进行等分的问题，人们又引进了有理数，规定它们就是一切形如  $\frac{m}{n}$  的数。其中  $m$  是整数， $n$  是自然数。这样，就把整数扩大为有理数。显然整数包含于有理数。如果把整数看作分母为 1 的分数，那么有理数实际上就是分数。

每一个有理数都可以表示成整数、有限小数或循环不为 0 的循环小数；反过来，整数、有限小数或循环不为 0 的循环小数也都是有理数。如果把整数、有限小数都看作循环节为 0 的循环小数，那么有理数实际上也就是循环小数。

为了解决有些量与量之间的比值（例如用正方形的边长去度量它的对角线所得结果）不能用有理数表示的矛盾，人们又引进了无理数。所谓无理数，就是无限不循环小数。有理数与无理数合并在一起，构成实数。因为有理数都可看作循环小数（包括整数，有限小数）无理数都是无限不循环小数，所以实数就是小数。



漫长的数的概念发展，就是千百年来人类生产与科学的发展史。实数概念的产生经过相当长的时间，可以解决几乎所有的生产实践中的数学问题。然而直到在解方程中，像  $X^2 = -1$  无法解下去时，人们才开始怀疑实数概念是否应继续发展。直到十六世纪，人们开始引进一个新数  $i$ ，叫虚数单位，并明确规定  $i^2 = -1$ ，这才使数的概念发展到复数。至此，数的发展史方能比较完满的告一段落。

## 虚数形成的历史

1484 年，舒开（生卒年月不详，法国学者）在《算术三篇》一书中，解二次方程： $4 + x^2 = 3x$  得根为  $x = \frac{3}{2} \pm \sqrt{2\frac{1}{4} - 4}$ ，他声明这根是不可定的。

1545 年，卡尔丹（1501—1576，意大利数学家）在他所著《大法》一书中，列出并解出“把 10 分成两部分，使这两部分的积为 40”的问题，方程是  $x(10 - x) = 40$ ，他求得的根为  $5 + \sqrt{-15}$  与  $5 - \sqrt{-15}$ 。在同一本书中，卡尔丹发表了他的解一元三次方程  $x^3 + Px + q = 0$ （ $p$ 、 $q$  都是实数）的著名公式

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}}}$$

但根据这个公式解方程时，却产生了一个当时意料不到的困难，例如在解方程  $X^3 = 15X + 4$  时由上面公式得：

$$x = \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}}$$

可是这个方程显然可以为 4 和另外两个实数值所满足，这一切令人十分困惑，以致卡尔丹说：一定有一种新型的数存在。

1637 年笛卡尔（1596—1659，法国数学家）在《几何学》一书中，第一次给出虚数的名称。



1777 年欧拉 (1707—1783, 瑞士数学家) 在递交给彼德堡科学院的论文《微分公式》中首次使用  $i$  表示  $-1$ 。

真正作出虚数合理解释的是未塞尔 (1745—1818 年, 挪威学者) 1797 年, 未塞尔向丹麦科学院递交了论文《方向的解析表示——特别应用于平面与球面多边形的测定》中将虚数问题又大大推进了一步, 而后高斯 (1777~1855, 德国数学家) 又将虚数作了规定, 复数的概念也日趋完成。他主张用实数对  $(a, b)$  来表示  $a+bi$ , 又经过近百年的概念发展日趋完整:  $a+bi$  表示复数, 是当今用数的全体。这里  $a, b$  是实数,  $b=0$  时表示全体实数,  $b \neq 0$  时表示虚数,  $a=0, b \neq 0$  时表示纯虚数, 这样完整的复数概念得以圆满完成。在这个复数范围内六则运算皆可完成, 并且随着生产的发展, 复数在数学和其他有关科学技术中日益起着巨大的作用, 并且在 19 世纪中叶以后, 对复数的研究已逐渐发展成为一个庞大的数学分支——复变函数论。

## 是谁首先用 $f(x)$ 表示函数的

瑞士数学家欧拉 (1707~1783 年) 首先使用了  $f(x)$  表示函数。

世界数学史上最多产的数学家是欧拉。他一生中, 发表 530 本 (篇) 书 (论文); 死后 47 年中, 又陆续出版了他留下的许多书稿, 从而使他发表的著作达 886 本 (篇) 之多。欧拉几乎一生全部从事数学研究, 涉及的研究领域很广泛。1766 年, 双目失明的欧拉, 让别人笔录下他的研究成果, 凭借着对数学的满腔热情, 顽强而艰苦地奋斗着。他能在最嘈杂的扰乱中, 精力高度集中地进行创造性工作。使人感到惊讶和钦佩的, 不仅是他的著作如此之多, 而且其文字的通俗易懂, 使用的符号先进新颖。下述记号的正规化, 应该归功于欧拉:





$f(x)$  表示函数；

$e$  表示自然对数的底；

$a$ 、 $b$ 、 $c$  表示  $\triangle ABC$  的三条边；

$S$  表示三角形的半周长；

$\Sigma$  表示求和； $i$  表示虚单位  $\sqrt{-1}$ ；最著名的公式  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  也起源于欧拉；当  $x = \pi$  时，就成了  $e^{i\pi} + 1 = 0$

这关系式联系着数学中最重要的五个数  $e$ 、 $\pi$ 、 $i$ 、 $1$ 、 $0$ ，是数学中最美妙的公式。很多数学家都怀着尊敬的心情赞美欧拉，拉普拉斯讲：“读读欧拉，他是我们一切人的老师。”高斯讲：“欧拉的工作的研究将仍旧是对于数学的不同范围的最好的学校，并且没有任何别的可以代替它。”瑞士自然科学学会从 1907 年开始出版《欧拉全集》，预计出 73 本大四开本。

## 古代数学史上的第一个极值问题

数学家 J·米勒 (Johannes Miller) 于 1471 年向埃尔富特教授 C·诺德尔 (Christian Roder) 提出了如下问题：“在地球表面的什么部位，一根垂直的悬杆呈现最长？(即在什么地方，观察悬杆的视角最大？)”这就是载入古代数学史上的第一个极值问题。以后在 J·米勒的诞生地法兰克王国歌尼斯堡把该问题以雷奇奥莫塔努思命名。它是一个很著名的初等数学问题。

下面的简明解法是由 A·罗斯 (Ad·Lorsch) 给出的。

设  $A$  为杆的上端， $B$  为杆的下端， $F$  为从  $A$  (或  $B$ ) 到地球表面的垂线的基点，于是线段  $FA = a$ ， $FB = b$  均为已知。因为杆对于以  $F$  为中心在地球表面画出了的圆上的所有点来说都呈现为等长，所以可充分做到：在  $F$  点任作一条垂直于  $FA$  的垂线  $L$  并在这条水平地沿着地球表面的线上找出这样的点  $O$ ，使得在这



点的可见角  $\alpha = \angle AOB$  为最大。

首先，罗斯指出：三角形  $ABO$  的外接圆  $R$  必与垂线  $L$  相切于  $O$  点。若不相切，那么圆  $R$  与  $L$  除  $O$  点外将会还有另外一个公共点  $Q$ ；对于  $O$  与  $Q$  之间的每个中间点  $Z$  来说， $\angle AZB$  大于  $\alpha$ 。这与  $\alpha$  将发生最大矛盾。

因此，过点  $A$  和  $B$  且与垂线  $L$  相切的圆  $R$ ，切点  $O$  就是杆的观察角达到最大值  $\alpha$  的位置。如果  $P$  是  $L$  上任何不同于  $O$  的点，则  $\angle APB$  小于圆  $R$  中  $\alpha$ ，罗斯还给出了作出这个圆  $R$  的圆心与半径  $r$  的最迅速的方法。显然圆心在  $AB$  的垂直平分线上， $AB$  的垂直平分线平行于垂线  $L$  并通过  $AB$  的中点  $N$ 。在矩形  $MOFN$  中，边  $FN$  等于对边  $MO$ ，从而也等于  $r$ ；所以为了得到圆心  $M$ ，我们在  $AB$  的垂直平分线上标出这样的点，使得从  $B$  点（或  $A$  点）到它的距离等于  $FN$ ，这个所得到的点就是圆心  $M$ 。

如果想通过计算来确定  $O$  点的位置（令  $FO=t$ ）由切割线定理知  $FO^2 = FA \cdot FB$ 。由此式我们立刻得到  $t = \sqrt{ab}$ 。

## 为什么“卡尔丹公式” 有一段不公正的历史

我们都知道解一元三次方程的求根公式，也许你知道还有一个解一元三次方程  $x^3 + px = q$  的求根公式，即卡尔丹公式。

可是，你知道“卡尔丹公式”的不公正的历史故事吗？那就请一块来回顾“卡尔丹公式”产生前后的史实吧。

1512 年法国军队占领了意大利北部的布列斯契亚城，凶残的法国士兵冲进了教堂，砍杀无辜的妇女、儿童；其中有一名为比尼科罗的六岁孩子也不幸被砍伤舌部，长大以后不能流畅说话，因此得到了“塔尔塔里雅”（意语中“结巴”的意思）的外号，谁会想到，就是这个孩子后来竟成为意大利最伟大的数学家



之一。

1535年，塔尔塔里雅在维罗拉任数学讲师时，他在和费奥里在公开的数学争论中获得了胜利，首先得出了解  $x^3 + px = q$  这种形式的方程独特方法。

这一消息引起另一个很有才能的学者卡尔丹的极大兴趣，总想获得塔尔塔里雅解三次方程的秘密，并写在自己著作里，由于卡尔丹软硬兼施，终于用狡猾的手段骗取塔尔塔里雅的秘密。在10年后，卡尔丹违背了自己的誓言，竟在自己的著作《大法》中详尽地叙述了解三次方程的理论。这一背信弃义的行为激起了塔尔塔里雅的愤慨，但是，他是一个高尚的人，只是要求与卡尔丹及其学生费尔拉利进行数学辩论，在挑战中，塔尔塔里雅已取得胜利。可是费尔拉利要求举行公开的学术辩论，在辩论中，费尔拉利用他的朋友和乡亲对异乡客的敌对情绪，不让塔尔塔里雅把话讲完，而费尔拉利却开始冗长的辩论，致使教室里空无一人。面对着这种情况，甚至是可能出现的人生安全的威胁，当天夜里塔尔塔里雅就离开了米兰，不再参加第二天的辩论。于是，卡尔丹和费尔拉利便认为自己是胜利者，因此历史不公正地把这个著名的方法长期记载为“卡尔丹公式”。

时至今日，虽然公式的名称没有变，但是人们没有忘记塔尔塔里雅的杰出的历史贡献，公正地写上了这一段史实。

## 为什么巴黎科学院宣布 不再审查三大难题的“论文”

巴黎科学院于1775年通过一次决议，宣布不再审查“三等分角”、“立方倍积”与“化圆为方”的论文。用直尺圆规作图法将任意角三等分、求作一个立方体的棱长，使此立方体的体积是两个已知立方体体积之和、和求作一个正方形使其面积与已知圆



的面积相等，这是约公元前 4 世纪世界著名难题，其后几千年间人们耗尽了脑汁，直到上个世纪才被证明这是所谓“三大不能”问题。人们为三大难题没完没了地进行各种论证和试作，不知耗费了多少的宝贵时光，为此巴黎科学院做出了上述决定。

## 关于国际数学奥林匹克竞赛

匈牙利是举办中学数学竞赛最早的国家，从 1894 年由数学物理学会发起，每年 10 月举行。仅于两次世界大战和匈牙利事件期间中断 7 年。每次竞赛出 3 道题目，并限定 4 小时交卷。竞赛者可以使用任何参考书。受其影响许多国家也先后开始举办国内的数学竞赛，偶尔相邀邻国，渐渐形成多国共同举办数学竞赛的形式。

国际数学竞赛 1895 年开始举办。是由罗马尼亚“物理数学学会”发起，邀请东欧七国参加。这就是首届国际数学奥林匹克竞赛。此后，参加国逐年增多，并轮流在各国举行，从未间断。1990 年 7 月在我国首都北京举行第三十一届国际数学奥林匹克竞赛，这是我国数学史上空前重大的国际活动。

在我国，北京和上海于 1956 年举行第一届中学生数学竞赛，后来一些省市也陆续举行过几次。“文革”期间被迫中断 13 年。全国性的数学竞赛始于 1978 年，从 1981 年起，每年举行一次。

我国首次正式参加的是 1986 年在波兰举行的第二十七届国际中学生数学奥林匹克竞赛，并获得总分第四名的好成绩。1987 年获总分第八名。1988 年获总分并列第二名。1989 年获总分并列第二名。1989 年在联邦德国布伦瑞克市（大数学家高斯的故乡）举行的第三十届国际中学生数学奥林匹克竞赛中，我国选手一举夺魁，共夺 4 枚金牌，2 枚银牌，以总分 237 分（满分 252 分）的成绩获得团体总分第一名。第 2~6 名的是：罗马尼亚



(223 分); 前苏联 (217 分); 东德 (216 分); 美国 (207 分); 捷克 (202 分)。

这是我国自 1986 年正式参加国际奥林匹克竞赛以来首次获得团体第一名, 这是中国的光荣, 也是亚洲人的光荣。

优异成绩的取得, 是我国数学界有识之士的努力奋斗的结果, 也是中国数学史上的伟大壮举, 大长了中国人的志气。拭目以待, 泱泱数学大国, 必将英才辈出。

## 为什么说这是“墓碑上的数学”

丢番都是古代希腊著名的数学家, 关于他的年龄在任何书上都没有明确的记载, 可是, 在他的墓碑上却刻下了关于他的生平资料。如果依据墓碑上提供的生平资料, 用数学方法去解答, 就能算出数学家丢番都的年龄, 这就是人们所说的“墓碑上的数学”。

丢番都的墓碑上到底刻了些什么呢? 现在让我们一起来看一看。

“过路人! 丢番都长眠在此。倘若你懂得碑文的奥秘, 它就会告诉你丢番都一生寿命究竟有多长。

“他的生命的六分之一是幸福的童年; 再活了他生命的十二分之一, 他度过了愉快的青年时代; 后来丢番都结了婚, 这样又度过了一生的七分之一; 再过五年, 他得了第一个儿子, 感到很幸福, 可是命运给这个孩子在世界上的光辉灿烂的生命只有他父亲寿命的一半; 自从儿子死了以后, 他努力在数学研究中寻求慰藉, 又过了四年, 终于结束了尘世的生涯。”

现在让我们从碑文中去寻求解答问题的各种数量关系。

先用方程解。我们假设丢番都的年龄是  $x$  岁; 他的生命的六



分之一是童年，童年便是 $\frac{x}{6}$ ；再活了他生命的十二分之一，就是再活了 $\frac{x}{12}$ ；他结婚又度过了一生的七分之一，便是 $\frac{x}{7}$ ；再过五年生了儿子，儿子的生命是父亲寿命的一半，那就是 $\frac{x}{2}$ ；儿子死后的四年，他结束了一生。

根据以上分析可以列出方程：

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

解：

$$84x = 14x + 7x + 12x + 42x + 756$$

$$9x = 756$$

$$x = 84$$

这就是说，丢番都活了 84 岁。

也可用算术方法解。我们把丢番都的年龄看作整体“1”，童年是 $\frac{1}{6}$ ，青年是 $\frac{1}{12}$ ，结婚后度过了一生的 $\frac{1}{7}$ ，又过了 5 年生儿子，儿子年龄是他父亲生命的 $\frac{1}{2}$ ，又过 4 年，结束了一生。

由此说明（4+5）年恰好是他一生的 $\left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7} - \frac{1}{2}\right)$ 。列式为：

$$(4+5) \div \left(1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{7} - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 9 \div \frac{84 - 14 - 7 - 12 - 42}{84}$$

$$= 9 \div \frac{9}{84}$$

$$= 84 \text{ (岁)}$$

由此可以得知，丢番都 21 岁结婚，38 岁做了爸爸，儿子只



活了 42 岁，儿子死的时候，丢番都是 80 岁，儿子死后 4 年，这位 84 岁的老人也给自己的一生画了句号。

丢番都的主要著作有《算术》一书。在书中，除了记述代数原理外，还记述了不定方程及其解法。丢番都研究的不定方程问题，对后来的数学研究影响很大，后人也把不定方程称为“丢番都方程”。

## 什么是“高斯问题”

高斯在 10 岁那年，一次上课时，数学老师布特纳要求学生将 1 到 100 这一百个数加起来，老师刚解释完题目，高斯就把有答案的石板交上去，而且计算结果正确。在这之前，老师从未教过学生计算等差数列的题目，高斯所表现的数学才能引起了教师和同学们的震惊和钦佩，这就是后来为人们传颂的“高斯问题”。

高斯（1777—1855）是德国数学家、物理学家和天文学家，他在历史上的影响，可以和古希腊数学家、科学家阿基米德，英国数学家、物理学家牛顿，瑞士数学家欧拉并列。

高斯出生在一个贫苦农民的家庭里，高斯的父亲本来不打算供他上学，但高斯小时候就已显示出数学方面的才能。10 岁时，迅速准确地求出 1 到 100 这一百个整数的和；11 岁时，发现二项式定理；15 岁读完牛顿、拉格朗日等数学家的著名著作，并且掌握了牛顿的微积分理论；18 岁时，得到一位公爵的资助，进入格廷根大学；19 岁时，发现了用圆规和直尺进行正十七边形的作图方法，解决了 2000 年悬而未决的几何难题；21 岁大学毕业，22 岁取得博士学位，给出了代数基本定理的第一个严谨的证明；24 岁时，出版了《算术研究》这一重要著作，为近代代数论奠定了基础；30 岁起他担任格廷根大学的数学和天文学教授，并担任该校的天文台台长，直到逝世。



他对超几何级数、复变函数论、统计数学、椭圆函数论、大地测量学、天文学等都做出了重大贡献。他的曲面论是近代微积分几何的开端，他也是非欧几何的创始人之一。他一生发表论文 150 余篇，均获国际数学界最高评价。

## 为什么小高斯算得这么快

被人们誉为“数学之王”的德国数学家高斯（1777—1855）幼年时代就聪明过人。在上小学时，有一天，数学老师出了一道题让同学们计算：

$$1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100 = ?$$

老师出完题后，全班同学都埋头苦算，小高斯却很快地把写有答案的石板交给了老师，老师认为这个年仅 10 岁的学生一定是瞎写了一个答案，连看也没看一眼，过了很长时间，当同学们都陆续地把写有答案的石板交上时，老师才把目光转向高斯的答案板，使老师大为吃惊的是，小高斯的答案 5050 完全正确，高斯为什么算得又快又准呢？

首先，让我们来观察下列一串数：

$$1, 2, 3, \dots, 99, 100$$

可以发现这样一个规律：

$$1 + 100 = 2 + 99 = 3 + 98 = \dots = 49 + 92 = 50 + 51$$

也就是说：和这列数首末两端距离相等的每两个数的和都等于首末两数的和。观察到这个规律后，就可以得出计算方法。

我们用字母  $S$  表示从 1 开始连续 100 个自然数的和，就有下面两个式子同时成立：

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

两式相加可得：





$$S + S = (1 + 100) + (2 + 99) + (3 + 98) + \dots + (98 + 3) + (99 + 2) + (100 + 1)$$

$$2S = \underbrace{101 + 101 + 101 \dots + 101 + 101 + 101}_{\text{共100个101}}$$

$$= 101 \times 100$$

$$S = \frac{101 \times 100}{2} = 5050$$

至此，我们已经明白了小高斯算题的奥秘了。小高斯算的这道题实际上是一道等差数列求和。他找到了这样一种简便的算法：只要用第一个数（首项）1 与最后一个数（末项）100 相加求和，再乘以这列数的个数（项数）100，最后除以 2，就得到所求的结果。

如果首项用  $a_1$  表示，末项用  $a_n$  表示，项数用  $n$  表示，我们就可以得到等差数列求和公式：

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{n-1} + a_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

今后看到一个具体的等差数列，只要找到首项  $a_1$ ，末项  $a_n$ ，以及项数  $n$ ，就可以直接利用公式求出等差数列的和。

例如，有 100 个数：

$$a_1, a_2, \dots, a_{99}, a_{100}$$

第一个数  $a_1 = 7$ ，从  $a_2$  开始，后一个数比前一个数多 2，求这 100 个数的和。

这样分析：由于这一列数是一个等差数列，所以可以利用等差数列求和公式，但必须先求出末项  $a_{100}$ ，这就要利用等差数列通项公式。

$$\text{因为首项 } a_1 = 7, \text{ 项数 } n = 100, \text{ 公差 } d = 2, \text{ 所以, } a_{100} = a_1 + 99d = 7 + 99 \times 2 = 205$$

$$\begin{aligned} & a_1 + a_2 + \dots + a_{99} + a_{100} \\ &= \frac{(7 + 205) \times 100}{2} = 10600 \end{aligned}$$



## 什么是“陈氏定理”

1742年，德国数学家哥德巴赫发现了这样一个问题：每一个大于4（或者等于4）的偶数都是两个质数的和。例如： $4=2+2$ ， $6=3+3$ ， $8=3+5$ ， $10=5+5$ ， $12=5+7$ ， $14=7+7$ ， $16=5+11$ ， $18=5+13$ ， $20=7+13$ ……哥德巴赫对许多偶数进行了检验，都说明这个推论是正确的。但是，自然数是无穷的，是不是这个论断对所有的自然数都正确呢？还需要从数学理论上加以证明。他于是写信告诉当时著名的瑞士数学家欧拉，要求欧拉对这一事实从理论上加以证明。后来欧拉复信哥德巴赫，表示他相信这一推测，但他无法证明，因为没有证明就不能成为一条规律，只能是一种猜想。人们就把哥德巴赫提出来的问题称为“哥德巴赫猜想”，简称为“ $1+1$ ”。此后，很多人都企图证明这一推测，可是直到19世纪末，对这一猜想也还不能从理论上去全面证明它，但也没有发现这个猜想的任何例外而能推翻它，“哥德巴赫猜想”成了世界上的著名难题之一，有人称它为“皇冠上的明珠”。

20世纪以来，“哥德巴赫猜想”引起了世界上许多著名数学家的兴趣。我国著名数学家华罗庚，早在30年代就对这个猜想问题进行了研究，取得了一定的成果。1938年，他证明了几乎所有偶数都能表示成两个质数的和，也即哥德巴赫猜想几乎对所有的偶数成立。1949年以后，我国一些年轻的数学工作者推进了“哥德巴赫猜想”问题的研究成果。1956年，王元教授证明了每一个充分大的偶数都可以表示为一个不超过3个质数的乘积和一个不超过4个质数的乘积的和，即为“ $3+4$ ”问题。1957年王元教授又证明了“ $2+3$ ”问题。1962年，潘承洞教授证明了“ $1+5$ ”问题。王元教授证明了“ $1+4$ ”问题。至此，“哥德



巴赫猜想”的研究取得很大进展。1966年，数学家陈景润在这些研究的基础上，经过刻苦钻研，证明了“ $1+2$ ”。这就是说，每一个大偶数都能够表示为两个数的和，其中一个质数，另一个或者是质数，或者是两个质数的乘积。例如， $18=3+3\times 5$ ， $20=5+3\times 5$ ， $24=3+3\times 7$ ， $42=7+5\times 7$ ， $80=3+7\times 11$ ……取得了当今世界上关于“哥德巴赫猜想”这个难题研究中最好的成绩。

陈景润的“ $1+2$ ”的研究成果于1973年发表后，引起世界数学家的重视，被世界誉为“陈氏定理”。

## 为什么欧几里德的 “第五公设”不是定理

两千多年前，古代希腊数学家欧几里德在总结前人的几何知识的基础上，写出了一部光辉的著作《几何原本》。这是历史上第一本体系比较完整的数学理论著作，它把几何学建立在定义、公设、公理等几个最初的假设上，并以此为基础，运用逻辑的定义和推理方法寻出后面的定义和定理。时至今日，中学的几何学也都包含在其中，因此，又把它叫作欧氏几何。

然而，有一些人注意到了《几何原本》中的公设问题。《几何原本》中共有五个公设，前四个公设含义十分简单。具有直观的显然性，如第四公设是“所有直角都相等”。而第五个公设很复杂，像是一个定理。第五公设的现代等价形式是“过已知直线外的一点，有且只有一条直线与它平行”。再有，第五公设在《几何原本》中用得比较晚，在前28个命题中都避免使用它，只有第29个命题才用。因此，古代许多数学家认为欧几里德的第五公设是一个定理，即能用其余四个公设和公理通过逻辑推理可以证明出来，只是欧几里德没能证明，才不得不把它列为第五个



公设。

从欧几里德时代起，一直到 19 世纪初，在大约 2000 多年的漫长岁月里，有许多数学家和学者对第五公设曾作了种种的证明，但是在所有的证明中，尽管用了许多巧妙的方法，但仔细分析后，发现他们在证明中，不知不觉地利用了直观的或利用与第五公设等价的命题，因此，都是错误的。为了第五公设问题，不知耗费了多少学者的青春年华，而且有的终生为之而奋斗，但都是一无所获。直到 1826 年，由俄国数学家罗巴切夫斯基从反面解决了第五公设问题，即第五公设不能用其它的公设和公理去证明，它本身是一条公理。从而结束了两千多年的第五公设问题。建立了一种新的几何学——罗氏几何。

## 为什么“虚几何学”是非欧几何

遗留两千多年的第五公设问题，在 1826 年由罗巴切夫斯基从反面解决了。他是怎么解决的呢？他试图用反证法证明第五公设，保留下了欧几里得第五公设以外的一切公设和公理，并且否定了第五公设，即假定“同一直线的垂线与斜线不一定相交”（这一个是第五公设等价的命题的否定形式）出发，运用逻辑证明推导下去，如果出现矛盾，就证明了第五公设。然而，罗巴切夫斯基推出了一连串的命题，形成了一个严密的新的几何体系，没有任何矛盾，因而，罗巴切夫斯基认为这个新的公理体系建立起来的几何体系代表了一种新的几何学，并把它称为“虚几何学”，并且于 1826 年在嘉桑大学物理数学系的会议上宣讲了他的关于《虚几何学》的论文。1829 年又在他首次发表的著作《关于几何原理》中，阐明了第五公设不能从其余的公设与公理推出，理由就是“虚几何学”的存在。从而彻底解决了第五公设问题。



罗巴切夫斯基的“虚几何学”，即一种非欧几何学，在同时代的学者来看是荒谬的，因为两千多年来传统思想一直认为欧几里德几何学，也就是现行中学中的几何学是唯一正确的。而新的几何学的许多命题与传统观念相违背，如在新几何中，三角形的内角和小于二直角，引起了一些人的攻击。但罗巴切夫斯基并没有因此灰心，继续新几何的研究，相继发表了许多文章，并试图在实践中验证。

在同一时期，高斯和约·鲍耶分别独立地建立起了同样的非欧几何。但高斯生前未发表。

当罗巴切夫斯基发表《虚几何学》的二十八年后，德国著名数学家黎曼又提出了既不是欧几里德又不是罗巴切夫斯基的黎曼几何学。黎曼几何中没有平行线，采用公理“同一平面上的任何直线都相交”代替第五公设而建立起的。在这种几何里，三角形的内角和大于二直角。

非欧几何的产生进一步说明了公理方法的重要作用，它的产生彻底解决了第五公设问题，肯定了第五公设不是欧几里德几何其余公理的推论，扩大了几何学的内容和意义，扩展了空间观念，解放了人们的思想，这对数学的发展有深远的影响。

## 为什么说祖暅是 “最早提出微积分思想”的人

祖暅是我国5世纪的著名数学家、天文学家，祖冲之的儿子。他认为几何体都是由极薄的片组成的，基于这种思想他提出了著名的祖暅原理。“夹在两个平行平面间的两个几何体，如果被平行于这两个平面的任意平面所截，所得的截面面积总相等，那么这两个几何体体积相等”这正是微积分研究问题的基本思想。西方人卡瓦列利在之后的一千多年才提出同样的理论，并且



也没有证明。

## 康托尔和他的集合论

“集合”这一数学基本概念已经为现代中学生所了解，集合论中的最简单的一些概念已编入中学课本。下面对集合论的创立者康托尔及在什么时间创立的集合论做简要介绍。

集合论的创立者格奥尔格·康托尔，1845年3月3日出生于俄国彼得堡（现为苏联列宁格勒）一个商人家庭。他在中学时期就对数学感兴趣。1862年，他到苏黎世上大学，1863年转入柏林大学。当时柏林大学正在形成一个数学教学与研究的中心。他在1867年的博士论文中已经反映出“离经叛道”的观点，他认为在数学中提问的艺术比起解法来更为重要。的确，他的成就并不总是在于解决问题，他对数学的独特贡献在于他以特殊提问的方式开辟了广阔的研究领域。他所提出的问题一部分被他自己解决，一部分被他的后继者解决，一些没有解决的问题则始终支配着某一个方向的发展，例如著名的连续统假设。

1869年康托尔取得在哈勒大学任教的资格，不久就升为副教授，并在1879年升为教授。他一直到去世都在哈勒大学工作。他曾希望去柏林找一个薪金较高、声望更大的教授职位，但是在柏林，那位很有势力而且又专横跋扈的克罗耐克（L·Kronecker，1823—1891年）对于他的集合论，特别是他的“超穷数”观点持根本否定的态度。因此，处处跟他为难，堵塞了他所有的道路。由于用脑过度和精神紧张，从1884年起，他不时犯深度精神抑郁症。常常住在疗养院里。1918年1月6日他在哈勒大学附近精神病院中去世。



集合论的诞生可以说是在 1873 年年底。1873 年 11 月，他在和戴德金的通信中提出了一个问题，这个问题使他从以前关于数学分析的研究转到了一个新方向。他认为，有理数的集合是可以“数”的，也就是可以和自然数的集合成一对一的对应。但是，他不知道，对于实数集合这种一对一的对应是否能办到。他相信不能有一对一的对应，但是他“讲不出什么理由”不久之后，他承认“没有认真地考虑这个问题，因为它似乎没有什么价值”。接着他又补充一句，“要是你认为它因此不值得再花费力气，那我就完全赞同。”可是，康托尔又考虑起集合的映射问题来。很快，他在 1873 年 12 月 7 日又写信给戴德金，说他已成功地证明实数的“集体”是不可数的了。这一天可以看成是集合论的誕生日。戴德金祝贺康托尔取得成功。

集合论的发展道路是很不平坦的。康托尔的集合论是数学上最具有革命性的理论。

## “理发师悖论”的数学背景是什么

经过康托尔的惨淡经营，以及少数支持者的热心宣传，到 19 世纪 90 年代，集合论才开始为大多数数学家承认，在数学中争得了一席之地。不过好景不长，康托尔自己在 1894 年到 1895 年陆续发现集合论内部有一些矛盾，这些矛盾后来也被再次发现，不过并没有造成很大的震动。直到 1903 年，英国数学家罗素在他出版的《数学原理》这本书的序言中提出了著名的罗素悖论，集合论的矛盾被尖锐地暴露出来了，并由此导致了第二次数学危机。

后来罗素用一个生动的例子来形象地说明自己的悖论。这个



例子就是罗素在 1919 年给出的非常有名的“理发师悖论”。它的内容是一个乡村理发师，自夸无可比，他宣称自己当然不给自己刮脸的人刮脸，但却给所有自己不刮脸的人刮脸。有一天他发生了疑问，他是不是应该给自己刮脸？要是他自己给自己刮脸，那么按照他的声明的前一半，他就不应该给自己刮脸；但是要是自己不给自己刮脸的话，则照他自夸的那样，又必须给自己刮脸。于是这个理发师陷入了逻辑矛盾之中。

罗素悖论实质上同理发师悖论意思差不多，但是它涉及的是最基本的集合论概念：元素属于集合。一些对象构成一个集合，这些对象称为集合的元素，也称这些对象  $X$  属于这个集合  $S$ ，用  $X \in S$  表示。比如所有整数的集合，所有偶数的集合等等。有时元素本身也是集合，这种集合分成两类：一类是集合是它本身的元素，即  $X \in X$ 。一类是集合不是它本身的元素，即  $X \notin X$ 。例如数的集合不是数，猫的集合不是猫...考虑所有  $X \notin X$  的集合中  $A$ ，那么  $A$  属于哪一类呢？如果  $A \in A$  根据定义， $A$  的元素不该属于  $A$ ， $A \notin A$ ；反过来，如果  $A \notin A$ ，根据定义，所有不是它自身元素的集合应该属于  $A$ ，即  $A \in A$ 。所以  $A \in A$  当且仅当  $A \notin A$ 。这是一个矛盾。这个矛盾是如此简单明了，用的概念是如此基本，因此产生了极大震动。

## 你知道谁是三 角学的主要奠基人吗

学过平面几何的人，都知道“圆内接四边形两条对角线之积等于两对边乘积之和”，它称为托勒米定理。事实上，托勒米更重要的成就是为三角学奠基。





托勒米（公元 85～165）是古希腊著名数学家和天文学家。约于公元 150 年著书《大综合论》，该书共 13 卷，第一卷主要介绍了三角学方面的内容。其中除自己的成就外，还吸收了阿基米德等人的成就，由于此书影响深，价值大，在古希腊三角学和天文学史上都占有重要位置。此书促使三角学定型，托氏利用托氏定理和圆内接四边形的边长同半径之间的关系，独辟蹊径，耗费大量劳动，编制了世界上第一章  $0^\circ \sim 90^\circ$  每差半度的各角的正弦表（托氏弦表）。他采用了巴比伦人的 60 进位制并发明了度、分、秒单位，如他所求得的  $1^\circ$  的正弦值为：

$$\frac{1}{60} + \frac{1}{60^2} + \frac{1}{60^3} = 0.0087268$$

与今天算得的  $\sin 1^\circ = 0.0087265$  相差甚微；同时还掌握了  $30^\circ$ ， $45^\circ$ ， $60^\circ$  等特殊角三角函数值的运用；在制作弦表的同时，托氏还大胆猜想得到了一些当今的重要三角函数关系式，如：

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2} (1 - \cos x)$$

此外他还算得比阿基米德更精确的圆周率，即  $\pi = \frac{377}{120}$ （托率）。

由于他在三角学方面的卓越成就，被数学界公认为三角学的主要奠基人。

## 你知道什么 是“菲尔兹奖”吗

菲尔兹奖是国际上为奖励数学研究中做出多方面重大贡献的



数学家而设置的，从 1936 年第十届国际数学家会议开始颁奖以来，至今已有 27 位数学家获此荣誉，它对数学科学的发展起了不可估量的作用。

发起人菲尔兹（1832—1932）是加拿大数学家，在代数函数方面取得了很大的成就，然而他在国际数学家会议中所作的工作，远远超过他的学术上的成就。1924 年菲尔兹成功地组织了第七届国际数学家会议，并节余了一笔费用。由于诺贝尔奖中没有数学奖，他便萌生了设国际性数学奖的念头。1932 年 8 月 9 日菲尔兹在多伦多去世，遗嘱中表示把自己遗留的一大笔钱和七届国际数学家会议的节余经费一并转交给 1932 年在苏黎世召开的第九届国际数学家会议，以作为该奖的基金，并表示不要用个人、机构的名称作为奖金的命名，而用“数学国际奖”来称呼，但鉴于菲尔兹在数学界的威望和出于对他的缅怀，第九届国际数学家会议一致通过以“菲尔兹”为国际数学家的最高奖赏。

第一次评奖在 1936 年奥斯陆举行的第十届国际数学家会议上开始，是一枚金质奖章和 1500 美元的奖金。后来该奖地位与日俱增。今天已被公认为数学学科的诺贝尔奖。该奖明文规定获奖者必须是 40 岁以下的年轻人。如获得 1982 年菲尔兹奖的我国旅美数学家邱成桐当时年仅 33 岁。

## 何谓秦九韶“三斜求积术”

我国是世界上文明发达最早的国家之一，在数学上的许多贡献充分显示出中华民族的智慧 and 创造，南宋时期的数学家秦九韶就是光辉的一例。

秦九韶，字道古，生于四川（约公元 1202～1261 年），著有



《数书九章》十八卷，内列八十一题，共九大类，其内容源于古代但高于古代，是反映我国当时数学成就的代表作。在世界上，他最早提出了高次方程的数学解法。较欧洲被称为“霍纳方法”的相同解法早了许多年。他提出的联立同余式解法比世界著名数学家欧拉和高斯的同类结果早 500 多年。他独立发明的“三斜求积术”虽在古希腊的海伦之后，但仍不愧为我国古代数学的辉煌成就之一。

“三斜求积术”就是根据三角形的三边求面积的方法，载于《数书九章》第五卷第二题。原题是“问有沙田一段，有三斜。其小斜一十三里，中斜一十四里，大斜一十五里，里法三百步，欲知田为几何。”“答曰：田积三百一十五顷。”“求曰：以少广求之。以小斜幂并大斜幂，减上，余四约之，为实；一为从隅，开平方得积。”

秦九韶把三角形的三边按长短分别称为大斜，中斜和小斜。若依次用字母  $a, b, c$  表示；则术文可表成算式：

$$\Delta = \sqrt{\frac{1}{4} \left[ c^2 a^2 - \left( \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$$

这就是秦九韶三斜求积公式，可变形为：

$$\begin{aligned} \Delta^2 &= \frac{1}{4} \left[ c^2 a^2 - \left( \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{16} \left[ (c+a)^2 - b^2 \right] \left[ b^2 - (c-a)^2 \right] \\ &= \frac{1}{16} (c+a+b)(c+a-b)(b+c-a)(b-c+a) \end{aligned}$$

若设  $S = \frac{1}{2}(a+b+c)$ ，即  $S$  为三角形的半周长，代入之后两边开平方即得

$$\Delta = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$$



这就是海伦公式，因为该公式与秦九韶三斜求积术是各自独立发现的，所以我国通常称它为“海伦——秦九韶公式”。

## 什么是《算经十书》

我国古代留传下来的数学书并不多。唐代国子监，即当时的教育管理机构 and 最高学府，规定十部算书为课本，故而称为《算经十书》，简称《十书》。历代数学家为《十书》做了大量的增补、删改或注释。

这《十书》是：《周髀算经》（简称《周髀》），《九章算术》，《孙子算经》，《五曹算经》，《夏侯阳算经》，《张丘建算经》，《海岛算经》，《五经算术》，《缉古算经》，《数术记遗》。

《十书》的名称和内容历代略有不同。北周（公元 557—581）甄鸾撰注算经时，没有《缉古算经》一书，但有董泉的《三等数》和《甄鸾算术》，唐李淳风等人注释《十书》时，没有《数术记遗》和《夏侯阳算经》，但有《缀术》，其后《缀术》失传，到南宋时，宁宗嘉定 6 年（1213 年）鲍澣之翻刻这几部算经，他在杭州发现《数术记遗》，与《周髀》等凑成十部。

这《十书》并不能概括汉、唐数学知识的全部，但仅从这《十书》里，已经显示了我国古代数学发展的水平。它是我们了解祖国数学宝库的重要资料。

## 什么是《周髀算经》

《周髀算经》是我国古代最早最重要的算书之一。

从内容分析，它的成书时间大约在公元前 1 世纪。全书分为上、下两卷，上卷之一、之二是有关数学的论述，其余是天文与



历法。

书中最早论述“勾三、股四、弦五”、“勾股各自乘，并之，为弦实，开方除之，即弦”。这是勾股定理在我国最早的记载。

书中还讲述了应用勾股定理和相似三角形进行测量的方法。其中陈子用“重差术”测量太阳距离，现在仍使用，陈子可称之为世界测量学的鼻祖。

书中有关复杂分数的计算，在 2000 年前也确实是一件非常了不起的事。

《周髀算经》同时也是一部天文学著作，为适应当时的需要，集结周秦以来有关天文方面研究的成果书写而成。因此，《周髀算经》也是一部供后人研究古代天文学的极其珍贵的历史资料。

## 什么是《九章算术》

《九章算术》是《算经十书》中内容最丰富和最重要的一部书，它几乎集中了战国、秦、汉时的全部数学知识，是我国古代最早的一部数学专著。

全书 246 题分为九章，故称《九章算术》。九章分别是：

第一章“方田”，主要是讲田亩面积的计算，也就是平面图形的面积计算，同时还详细叙述了有关分数的各种计算方法。

第二章“粟米”，讲的是粮食交换的计算，也就是各种粮食如何按比例进行交换。

第三章“衰分”，“衰”是按比例，“分”是分配，讲的是按比例分配的一些问题。

第四章“少广”，“少”是多少，“广”是宽广。讲已知面积和体积，求边长或棱长，其中计算开平方、开立方是世界上最早



的。

第五章“商功”，“商”是商量，“功”是工程。讲的是各种体积的计算、工程土方的计算。

第六章“均输”，讲粮食运输、徭役分派中如何按人口多少、路途远近等条件，均匀负担的问题，用到比例分配、复比例和等差数列等。

第七章“盈不足”，是用假设的方法来解决某些盈亏问题。

第八章“方程”，讲了一次方程组的解法问题，并引起正负数的概念以及正负数加减法的运算法则。

第九章“勾股”，讲述了“勾股定理”及一些应用，还提出了一元二次方程的解法问题。

《九章算术》的内容丰富多彩，而且大多是密切联系人们生活实际的题材，是我国古代人民智慧的结晶。

《九章算术》还曾流传到朝鲜和日本，公元1957年苏联将全书译成俄文出版。这部中国古代数学的重要著作比欧洲数学家们的同类著作大约要早1000年左右，这是我国人民的骄傲。

## 什么叫“抽屉原则”

有一群鸽子飞进比鸽子数少的鸽子笼里，那么至少有一只笼子里有两只或更多的鸽子。有时也说成，若干个苹果放入少于苹果个数的抽屉中，那么至少有一个抽屉中有两个或更多的苹果。因此，这一原则俗称抽屉原则，也称为鸽子笼原理，或狄利克雷（德国数学家）原则。

抽屉原则可用简单形式表述为：如果 $(m+1)$ 个物件，放进 $m$ 个抽屉里，那么至少有一个抽屉里有两个或更多的物件。



这用反证法就非常容易证明。因为，如果不是这样，每个抽屉里顶多只有一个物件，那么物件总数至多为  $m$  件，而实际上是  $(m + 1)$  件，产生了矛盾，由此说明了原来的结论是正确的。

抽屉原则是证明关于一个排列或一些现象存在的问题时，是很有用处的。

例如，全校有 367 名学生，至少有两人的生日是同一天。

平年是 365 天，闰年是 366 天。从 1 月 1 日到 12 月 31 日，做 366 个抽屉。让每个同学把自己的生日写在卡片上，再把卡片按月日对号，投入抽屉。结果怎样？可能每个抽屉里都有卡片，也可能有些抽屉空着，有些抽屉里有不少卡片。但不论怎样变化，至少有一个抽屉里放的卡片起码是两张，因此，至少有两人的生日是在同一天。

又如，有 3 个不同的自然数，至少有两个数的和是偶数。

自然数中不是奇数就是偶数。作奇数、偶数两个抽屉，把 3 个数写在卡片上，投入抽屉，则至少有两个数在同一个抽屉内。这些数可能同是奇数，也可能同是偶数。但是，不论哪一种情况，同抽屉中的两个数的和必定是偶数。

再如，有 9 个苹果，放入 5 个抽屉，则至少有两个抽屉放得一样多。

五个抽屉按 0、1、2、3、4 编号，如果所放的苹果数与抽屉的编号相同，那么一共放了  $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ （个），要使苹果总数符合题意（9 个苹果），必须拿出 1 个。不论怎样拿，拿出 1 个苹果以后，就有两个抽屉放得一样多。请看：



$$\text{拿走 1 个苹果后, 各抽屉苹果数 (共 9 个)} \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ 0 \quad 0 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \\ 0 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 4 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad 2 \quad 4 \\ 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 3 \end{array} \right.$$

所以, 把 9 个苹果放入 5 个抽屉中, 至少有两个抽屉放得一样多。

由此可见, 利用抽屉原则, 我们可以做出许多有趣的判断和推理。

## 什么是“中国剩余定理”

在我国古代算书《孙子算经》中, 记载着这样一个问题:

“今有物不知其数, 三三数之剩二, 五五数之剩三, 七七数之剩二, 问物几何?”

这个问题通常称为“孙子定理”, 民间俗称“韩信点兵”, 国外的书籍上把这个定理叫做“中国剩余定理”。这个问题是世界数学史上闻名的问题, 涉及到数论中一次同余式组的解法, 即求被 3 除余 2, 被 5 除余 3, 被 7 除余 2 的最小正整数。

孙子定理的解法, 在明代程大位的《算法统宗》一书里, 用一首歌谣的形式表达出来, 现摘抄于下:

“三人同行七十稀, 五树梅花廿一枝,  
七子团圆正半月, 除百零五便得知。”

我国古书中的这首歌谣, 实际上是就特殊情况给出了一次同余式组解的定理。在 1247 年, 南宋时期数学家秦九韶著《数书九章》, 首创“大衍求一术”, 给出了一次同余式组的一般求解方法。在欧洲, 直到 18 世纪, 瑞士数学家欧拉、法国数学家拉格





朗日等，才对一次同余式组进行研究。德国数学家高斯，在1801年出版的《算术探究》中，才明确地写出了一次同余式组的求解定理。过了70多年后，人们才发现，中国孙子的解法符合高斯的求解定理，从而在西方数学著作中，将一次同余式组的求解定理称誉为“中国剩余定理”。

这个问题按今天的话说，就是：

“有一堆物品，把它三个三个地数，剩下两个；把它五个五个地数，剩下三个；把它七个七个地数，剩下两个，问这堆物品（至少）有多少个？”

按《孙子算经》的解法是：

先求出能被5与7整除而被3除余1的数得： $5 \times 7 \times 2 = 70$ ，则被3除余2的数为： $70 \times 2 = 140$ ；能被3与7整除而被5除余1的数得： $3 \times 7 = 21$ ，则被5除余3的数为： $21 \times 3 = 63$ ；能被3与5整除而被7除余1的数得： $3 \times 5 = 15$ ，则被7除余2的数为： $15 \times 2 = 30$ 。再把三数相加得  $140 + 63 + 30 = 233$ ，233符合题目的要求，但不是最小数，所以从233中减去3，5，7三个数相乘积的2倍，即： $233 - 3 \times 5 \times 7 \times 2 = 23$ 。23便是符合题目要求的得数。

简单地说，就是：用3数的剩余乘70，用7数的剩余乘21，用5数的剩余乘15，所得的结果就是所求的。即： $70 \times 2 + 21 \times 3 + 15 \times 2 = 233$

$$233 - 105 \times 2 = 23$$

所以，这个问题所求的最小正整数解是23。

解答这个问题的方法不是一种，下面再介绍两种。

题目要求“三三数之”或“七七数之”均“剩二”，因为3与7是互质数，所以它们的最小公倍数是21，要使它符合余2的要求，将21加上2得23，23除以5正好余3，也符合“五五数之剩三”的条件，列式为： $3 \times 7 + 2 = 23$ 。



根据“三三数之剩二”的条件，可以在2上连续加3，使它符合“五五数之剩三”的条件， $2+3+3=8$ 。然后在8上连续加3与5的最小公倍数15，使它符合“七七数之剩二”的条件， $8+15=23$ 。23已全部符合题目要求。

## 什么是“幻方”

公元前2000多年，夏禹治水，据说从洛水中浮起一只大乌龟，它的背上有个奇特的图案。后来人们就称它为“洛书”。实际上，它就是将1~9这九个数排成纵行、横行各有3个数，并使同一行、同一列和同一对角线上的每三个数的和都是15。汉朝徐岳写的《数术记遗》中，就讲到一种“九宫算”的图形，宋朝著名数学家杨辉把它称为“纵横图”，国外叫做“幻方”。

关于“九宫”的填法，杨辉在《续古摘奇算法》一书中，有这样四句话：“九子斜排，上下对易，左右相更，四维挺出。”

意思是：先将1~9九个数依次斜排，然后将上1与下9两数对调，将左7与右3两数对调，然后将四面中间的数（2、4、6、8）向外挺出就成功了。

如图：

		1		
	4		2	
	7	5	3	
		8		6
			9	

九子斜排



		9		
	4		2	
7	5	3		
	8		6	
			1	

上下对易

		9		
	4		2	
3		5		7
	8		6	
			1	

左右相更

4		9		2
3		5		7
8		1		6



4	9	2
3	5	7
8	1	6

四维挺出

我们需要的不只是记住方法，还要研究填写的一般规律。

将 1~9 九个数填在九宫格内，要使横、竖和对角线上三数的和都等于 15。可以看出： $1+9=10$ ， $2+8=10$ ， $3+7=10$ ， $4+6=10$ 。它们之中的每一个数加 5，都等于 15，可判定中心方



格里填 5。

接着想，先填横、竖行呢，还是先填对角线呢？当然先填对角线好，因为对角线中都有 5。填好对角线上的数，外沿的横、竖行中就填好了两个数，以后的数就容易填写。

在对角线上填成对的奇数（1、9；3、7）呢？还是填成对的偶数（2、8；4、6）呢？如果填成对的奇数，则外沿的横或竖行中，为使和是奇数 15 还得再填一个奇数（奇数 + 奇数 + 奇数、奇数），这是不可能的，因为奇数已经用完。所以对角线上应该填写成对的偶数，然后在外沿的横、竖行中填写奇数就容易多了。

在杨辉的书中。对四阶幻方的填写方法为：“以下十六子依次递作四行排列，先以外四角对换，一换十六，四换十三；后以内四角对换，六换十一，七换十。”

13	9	5	1
14	10	6	2
15	11	7	3
16	12	8	4

依次排四行

4	9	5	16
14	10	6	2
15	11	7	3
1	12	8	13

外四角对换

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

内四角对换



其实，依次排四行后，三换十四，二换十五，五换十二，九换八，也可以得到横、竖行和对角线上四个数的和是 34 的要求，你不信的话，可以试一试。根据填写幻方的规律，你能不能举一反三，并在实践中有所创新。

## 什么是“百鸡问题”

公元 5 世纪，在我国一部数学古书《张丘建算经》里，有一道著名的数学问题。这个问题说：“鸡翁一，值钱五；鸡母一，值钱三；鸡雏三，值钱一。百钱买百鸡，问鸡翁、母、雏各几何？”在数学史上，这类问题就叫做“百鸡问题”。

用现在的话来说，就是：“公鸡每只价钱 5 元，母鸡每只价钱 3 元，小鸡 3 只价钱 1 元。用 100 元钱买 100 只鸡，问买得公鸡、母鸡、小鸡各是多少只？”

“百鸡问题”怎么解答呢？我们可以假设公鸡、母鸡、小鸡的数目分别为  $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，那么根据已知条件可以列方程为：

$$\begin{cases} x + y + z = 10 \dots\dots\dots (1) \\ 5x + 3y + \frac{z}{3} = 100 \dots\dots (2) \end{cases}$$

在代数里，我们学过多元一次方程组的解法，方程的个数与未知数的个数相同。而“百鸡问题”则不同，它含有三个未知数，却只列出两个方程，像这种方程的个数少于未知数个数的问題，我们叫它不定方程问题，一般地说，不定方程有无穷多组解，这与过去学过的多元一次方程组的解也是不相同的。

现在我们来解题。

$(2) \times (3) - (1)$ ，化简得，

$$7x + 4y = 100 \dots\dots (3)$$

在 (3) 式中， $4y$  和 100 都是 4 的倍数，因此， $7x$  也应是 4



的倍数，但 7 不是 4 的倍数，于是  $x$  就必须是 4 的倍数。我们可以设  $x$  是 4, 8, 12……并且相应求出  $y$  是 18, 11, 4…… $z$  是 78, 81, 84……

例如，当  $x=4$  时， $7 \times 4 + 4y = 100$

$$4y = 100 - 28$$

$$y = 18$$

$$z = 100 - 4 - 18 = 78$$

当  $x=8$  时

$$7 \times 8 + 4y = 100$$

$$4y = 100 - 56$$

$$y = 11$$

$$z = 100 - 8 - 11 = 81$$

当  $x=12$  时，

$$7 \times 12 + 4y = 100$$

$$4y = 100 - 84$$

$$y = 4$$

$$z = 100 - 12 - 4 = 84$$

根据题意  $x$  不可能是 16，因为  $7 \times 16$  得 112，超过 100 了。所以，不定方程尽管可以有无穷多组解，但是结合“百鸡问题”的条件只可能有三组解：

$$\begin{cases} x=4 \\ y=18 \\ z=78 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=8 \\ y=11 \\ z=81 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=12 \\ y=4 \\ z=84 \end{cases}$$

## 什么是“牛吃草”问题

如果让牛吃一堆割下的青草，当知道一共有多少青草及牛在每小时、每天、每周等单位时间里要吃多少后，要求牛吃完全部



草所用的时间，这样的问题大家都会算，只要用青草量除以牛在单位时间的吃草量，就可以求出牛吃完草所用的时间。

但是，如果牛在牧场上吃草，一方面牛在吃草，一方面牧场上的新草还要长出来，假定每天或每周等单位时间里长出的草量相同，那么怎样来求牛吃完全部草（包括吃的过程中新长出的草）所用的时间，这类问题就叫做“牛吃草”问题（通常称牛顿问题）。下面研究这类问题的解题思路。例如：

“牧场上有一片青草，可供 27 头牛吃 6 周，或者供 23 头牛吃 9 周。如果草每周生长速度相同，那么这片青草可供 21 头牛吃几周？”

可以这样想：要想求出可供 21 头牛吃几周，需要求出牧场原有的草量和每周新长出的草量。

比较条件“27 头牛吃 6 周”与“23 头牛吃 9 周”。

27 头牛吃 6 周，吃去的总草量为  $27 \times 6 = 162$ （牛·周），也就是吃去的草量相当于 162 头牛吃一周的草量。

23 头牛吃 9 周，吃的总草量为  $23 \times 9 = 207$ （牛·周），也就是吃去的草量相当于 207 头牛吃一周的草量。

由于同是一片草地，那么不管是 27 头牛吃，还是 23 头牛吃，原有的草量都是相同的。但是，由于吃的时间不同，而总草量不同，吃的时间长，新长出的草量也就多，因此，两者相差的量  $207 - 162 = 45$ （牛·周）也就是  $9 - 6 = 3$ （周）内长出的新草。那么，每周新长的草的草量也就可以求出了，即  $45 \div 3 = 15$ （牛·周）。

有了每周新长的草量，就可以用 27 头牛吃 6 周的总草量去掉 6 周内长出的新草量，或 23 头牛吃 9 周的总草量去掉 9 周内长出的新草量，得到牧场原有的青草量。

再用 21 头牛每周的吃草量，即 21（牛·周），先去掉每周新长的草量， $21 - 15 = 6$ （牛·周），就是每周实际要吃掉的原有草



量。

有了原有的草量，又有了 21 头牛每周实际吃的原草量，就可以求出可供 21 头牛吃几周了。具体解法是：

$$\text{每周新长草量} : (23 \times 9 - 27 \times 6) \div (9 - 6)$$

$$= (207 - 162) \div 3$$

$$= 15 \text{ (牛·周)}$$

$$\text{原有草量} : 27 \times 6 - 15 \times 6$$

$$= 162 - 90$$

$$= 72 \text{ (牛·周)}$$

$$\text{供 21 头牛吃的周数} : 72 \div (21 - 15)$$

$$= 12 \text{ (周)}$$

## 为什么数学也会发生危机

一般来讲，危机是一种激化的、非解决不可的矛盾。从哲学上来看，矛盾是无处不在的，不可避免的，即便以确定无疑著称的数学也不例外。数学中有大大小小许多矛盾，比如正与负、加与减、实数与虚数、有理数与无理数、微分与积分等等。在整个数学发展过程中还有许多深刻的矛盾，例如有穷与无穷，连续与离散，存在与构造，逻辑与直观，具体对象与抽象对象，概念与计算等等。在数学史上，贯穿着矛盾的斗争与解决。当矛盾激化到涉及整个数学基础时，就产生数学危机。危机的解决，往往给数学带来新的内容，新的进展，甚至引起革命性的变革。

至今，数学史上已经有过三次数学危机。

从某种意义上讲，现代意义下的数学，也就是作为演绎系统的纯粹数学，来源于古希腊毕达哥拉斯学派。这个学派兴旺的时期为公元前 500 年左右。他们认为“万物皆数”，数学的知识是可靠的、准确的，而且可以应用于现实的世界。数学的知识是





由于纯粹的思维而获得，并不需要观察、直觉及日常经验。毕达哥拉斯的数指的是整数，他们在数学上的一项重大发现是证明了勾股定理。他们知道满足直角三角形三边长的一般公式，但由此也发现了一些直角三角形的三边比不能用整数来表达。这样一来，就否定了毕达哥拉斯派的信条：宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比。这个问题的证明很简单，在欧几里德的《几何原本》第十篇中就有证明。例如两边长为 1 的直角三角形，第三边弦的长度设为  $\frac{m}{n}$ ，约去  $m$ 、 $n$  的公因数，则  $m$ 、 $n$  之中至少有一个是奇数。按照毕达哥拉斯定理  $1^2 + 1^2 = \frac{m^2}{n^2}$ ，有  $m^2 = 2n^2$  是偶数，从而  $m$  必是偶数，因此  $n$  是奇数。设  $m = 2p$ ，则  $4p^2 = 2n^2$ ， $n^2 = 2p^2$ ，从而  $n$  是偶数。这样就导致矛盾。所以不能以整数之比来表示，也就是勾长或股长与弦长是不可通约的。不可通约性的发现引起了第一次数学危机。同时，也发现了无理数，（例如，上面  $\frac{m^2}{n^2} = 2$ ，没有这样的有理数  $\frac{m}{n}$ ，它平方后等于 2，只好称它为无理数，写作  $\sqrt{2}$ ）。有人说，不可通约性是希伯斯约在公元前 400 年发现的，为此，他的同伴把他抛进大海。不过更有可能是毕达哥拉斯已知这种事实，而希伯斯因泄密而被处死。不管怎样，这个发现对古希腊的数学观点有极大的冲击。这表明，几何学的某些真理与算术无关，几何量不能完全由整数及其比来表示，反之数却可以由几何量来表示出来。整数的尊崇地位受到挑战。于是几何学开始在希腊数学中占有特殊地位。同时这也反映出，直觉和经验不一定靠得住，而推理证明才是可靠的。从此希腊人开始由“自明的”公理出发，经过演绎推理，并由此建立几何学体系，这不能不说是数学思想上一次巨大革命。经历了这样的危机和革命，希腊数学形成了欧几里德《几何原本》的公理体系及亚里士多德的逻辑体系。



第二次数学危机是由无穷小量的矛盾引起的，它反映了数学内部的有限与无穷的矛盾。十六、十七世纪除了求曲线长度及其所包围的面积等类问题外，还产生了求速度、求切线，以及求极大、极小值等问题。经过许多人多年的努力，终于在十七世纪晚期，形成了无穷小演算——微积分这门学科。由于运算的完整性和应用范围的广泛性，使微积分成为解决问题的重要工具。同时关于微积分基础问题也越来越重要。以求速度为例，瞬时速度是  $\frac{\Delta s}{\Delta t}$  当  $\Delta t$  变成零时的值。 $\Delta t$  是零，是很小的量。这个无穷小量究竟是不是零，引起了极大的争论，造成第二次数学危机。十八世纪的数学家成功地用微积分解决了许多实际问题，有些人对基础问题不感兴趣。一直到十九世纪二十年代，一些数学家才比较关注微积分的严格基础。经过半个多世纪很多数学家的努力，基本上解决了矛盾，为数学分析奠定了一个严格的基础。

罗素的悖论以其简单明确震动了整个数学界，造成第三次数学危机。康托尔在 1899 年 7 月 28 日给戴德金的信中指出，不能谈论由一切订合构成的集合，否则就会陷入矛盾。这实际上就是罗素的悖论。自古以来，大家都认为自然数的算术是天经地义，不容怀疑的。有些数学家如弗雷格和戴德金又进一步把自然数归结为逻辑与集合论。可见，集合论与逻辑成为整个数学的基础。罗素悖论一出现，集合论靠不住了，自然数的算术也成问题，这样一来，整个数学大厦都动摇了。经过数学家们的努力，尽管悖论可以消除，矛盾可以回避，但直到现在，还没有解决到令人满意的程度，所以第三次危机表面解决了，实质上更深刻地以其它形式延续着。



## 五角星的壮歌

提起五角星，大家会自然想到庄严的五星红旗，尤其是每当五星红旗在世界各地冉冉升起之时，那光芒四射的五角星，那无数仁人志士的鲜血染红的红旗，激起了中华儿女强烈的爱国热情和民族自豪感，使人不禁更加怀念那些为之奋斗终生直至献出生命的先烈们！

可是，我们可还知道，在人类研究五角星的历史上，曾有一位不屈的数学家为之献出了自己生命的悲壮故事吗？

在公元前六世纪，古希腊有位著名的数学家名叫毕达哥拉斯，他曾在埃及学习过，后返回故里，创立了毕达哥拉斯学派，为数学的发展作出了不朽的贡献。但是这个学派有一个保守的信息：认为自然数是上帝创造的，万物却是自然数以及它们的比（即分数）构成的。

到了公元前五世纪，这个学派中站出一位名叫希伯斯的不屈学者，他在画正五角星的过程中，发现正五边形的对角线和边之比为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，不能用分数来表示；接着他又发现正方形的对角线和边之比也不能用分数表示。他感到十分惊讶和兴奋，于是把这一重大的发现告诉了同伴。不幸的是，毕达哥拉斯学派认为希伯斯的发现动摇了他们那保守的信念，怕这一重大的发现传出去，便下令活埋希伯斯，以达到封锁真理的目的。希伯斯听到风声后，逃到国外流浪了好几年。由于思念家乡，想偷偷地返回希腊；结果在地中海的一条船上被毕达哥拉斯学派的门徒发现，竟残忍地把他抛入海中淹死了。

可以说，希伯斯是世界上第一个发现无理数的学者，理应得到最高的荣誉；但是，他却因此失去了宝贵的生命，谱写了一曲



为真理献身的壮歌。这一亘古奇冤，直到无理数为人们公认时，才得昭雪。在人类不断认识客观世界的历史上，在人类自然科学发展的征途中，有不少像希伯斯这样的学者，为了真理的发现，为之献出生命，人们将永远怀念这些英勇献身的科学家们。

## 三个二、三个三与三个四

也许大家都已经知道，怎样用三个数字写出尽可能大的数。只要取三个 9，把它们摆成这样：

$$9^{9^9}$$

就是写出 9 的第三级“超乘方”。

这个数是不可思议地大，没有一种可以比较的东西能够帮助我们理解它大到什么程度。在宇宙可见部分的电子的总数和它比起来完全不算一回事。

如果三个 2，不许用运算符号，写出尽可能大的数，你也许认为把这些 2 摆成

$$2^{2^2}$$

会最大，这回却得不到希望的效果。这样的数并不大，甚至比 222 还小。事实上我们写出的数中是  $2^4$ ，也就是 16。

用三个 2 写成的真正最大的数不是 222 也不是  $22^2$ ，而是

$$2^{2^2} = 4194304$$

这是一个很有意思的例子。它说明了，在数学上用类推法办事是很危险的，那很容易引发错误的结论。

如果三个 3，不许用运算符号，写出尽可能大的数，用叠成三层的办法在这里得不到预期的效果，因为

$$3^{3^3}$$

就是  $3^{27}$ ，小于  $3^{33}$ ，后一种摆法才是本题答案。



如果三个 4，不许用运算符号，要写出尽可能大的数，假使你照着刚才讲过的两题的样子，回答

$$4^{44}$$

那就又错了，因为这一次三层摆法

$$4^4$$

恰恰是最大的数。事实上， $4^4 = 256$ ，而  $4^{256}$  大于  $4^{44}$ 。

试深入到这种叫人迷惑的现象里面，去探讨为什么有些数学用三层摆法就是最大的，而另外一些就不是。我们来讨论一般的情况。

用字母  $a$  表示一个数字，像下面的摆法：

$$2^{22}, 3^{33}, 4^{44}$$

可以写成

$$a^{10a+a} \text{ 就是 } a^{11a}$$

一般的三层摆法可以写成

$$a^a$$

因为这两上式子都是同一整数作底的乘方，所以只要指数大的，整个数值也大。那么，什么时候

$$a^a > 11a?$$

不等式的两端都用  $a$  来除，得出：

$$a^{a-1} > 11$$

容易看出，只有当  $a$  大于 3 的时候， $a^{a-1}$  才大于 11，因为

$$4^{4-1} > 11$$

而这几个乘方  $3^2$  和  $2^1$  都小于 11。

现在才搞明白，我们在解答前几个问题的时候所碰到的意外结果：对于 2 和 3 要用一种摆法，对于 4 和更大的数码又要用另一种摆法。



## 填数字的卡片

有纸片  $n^2$  张，这里  $n$  是任意的正整数，在每一张纸片的正面，用红色铅笔任意地写上一个不超过  $n$  的正整数；在反面，则用蓝色铅笔写上一个这样的数。唯一的限制是：红字相同的任何两张纸片上，所写的蓝色数一定不能相同。现在，把每一张纸上的红、蓝两正整数相乘，证明这样得到的  $n^2$  个乘积之和总是一样的。还请你求出这一个和数。

看到题目中说的  $n^2$  张纸片，有同学可能会想起把它们排成一个  $n$  行  $n$  列的方阵。其实，我们不必这样做。

首先，我们说，写着“红 1”的纸片不能多于  $n$  张。这是因为它们背面的蓝字只能最多有  $n$  种花样。如果红 1 不只  $n$  个，那么它们背面的蓝字就会有相等的，这违背了所给的限制。同理，写着红 2、红 3……红  $n$  的卡片都不能多于  $n$  张。但是，它们中间的任何一种也不得少于  $n$  张，因为如果某一种少于  $n$  张，其余的至少有一种一定会多于  $n$  张。

这就是说，在  $n^2$  张卡片的正面，正好有  $n$  张写着红 1，正好有  $n$  张写着红 2……也正好有  $n$  张写着红  $n$ 。

写着同样红字的  $n$  张纸片的背面，所写的蓝字既然不能相等，那么，一定是蓝 1，蓝 2……蓝  $n$  各占一个了。

如此说来，不论按什么方式写成一套（由  $n^2$  张组成的）卡片，在遵守题目中的限制时，一定是红 1，红 2…红  $n$  样样都有，每一种背面的蓝字一定是蓝 1，蓝 2…蓝  $n$  样样都有。这就是说，只能写成这样的卡片，所以卡片上正反面数字的乘积之和是一样的。

写着红  $K$  的  $n$  张纸片上，正反两面数字乘积之和是：

$$k \cdot 1 + k \cdot 2 + \dots + k \cdot n = k(1 + 2 + 3 + \dots + n)$$



依自然数前  $n$  项和的公式，这数等于：

$$K \frac{n(n+1)}{2}$$

所以， $n^2$  张卡片上正、反两面数字乘积之和为：

$$(1+2+\dots+n) \frac{n(n+1)}{2} = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

## 哪些灯还亮着

有一百盏电灯，排成一横行。从左自右，我们给电灯编上号码  $1, 2, 3, \dots, 99, 100$ 。每一盏灯由一个拉线开关控制着。最初，电灯全是关着的。

另外，还有一百个学生。每一个学生走过来，把凡是号码是 1 的倍数的电灯的开关拉了一下；接着第二个学生走了过来，把凡是号码是 2 的倍数的电灯开关拉了一下；第三个人再走过来，把凡是号码是 3 的倍数的电灯上的开关拉了一下，如此下去，最后那个学生走过来，把编号能被 100 整除的电灯上的开关拉一下。这样做过之后，问：“哪些灯是亮着的？”

这简直令人眼花缭乱，不易理出头绪，方法不当就更不得要领。

正确的思考是：由于最初所有的电灯都是关着的，所以被拉了偶数次开关的电灯，仍然是关着的；只有那些被拉了奇数次开关的电灯才是亮着的，因此，人们只需去关心那些被拉过奇数次开关的电灯。

按照问题所规定的法则，编号为  $n$  的电灯被拉过几次呢？要看整数  $n$  中有多少个正因数。如果  $n$  不是平方数，那么  $n$  的全部正因数的个数是偶数，这盏灯是关着的。只有当  $n$  是平方数时， $n$  的全部正因数个数是奇数，这盏电灯被拉过奇数次，因此它是亮着的。



这样，我们知道了，只有编号为

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 的灯是亮着的。

## 为什么这是一个胜负已定的游戏

我们下象棋、下围棋、既有实力的较量，也有临场发挥的好坏，所以，应该说旗鼓相当，胜败难定。今天我们玩的游戏可不一样，当还不了解其中的数学道理时，变化是难测的；一旦知道了其中的规律，胜负是可以确定的。

我们把十余根火柴随意分成三堆；游戏的双方依次从某一堆里取走火柴，取的根数不限，但至少取一根；也不能同时从不同堆里取，取到最后一根火柴的人获胜。

很显然，如果三堆中，有二堆一样多，那么先拿者一方取胜。因为他只要第一次全部取走第三堆，剩下一样多的两堆，以后再取时，总是在另一堆里取走和对手拿的一样的多，即可取走最后一根火柴。这样的局势不妨叫胜局（先取者胜利的局势）。

如果三堆的根数都不一样，判断胜负就比较复杂了。例如 (1, 2, 3)，只可能有下列的六种取法：

(1, 2, 3)	甲取	(0, 2, 3)	乙取	(0, 2, 2)	甲败
(1, 2, 3)	甲取	(1, 1, 3)	乙取	(1, 1, 0)	甲败
(1, 2, 3)	甲取	(1, 0, 3)	乙取	(1, 0, 1)	甲败
(1, 2, 3)	甲取	(1, 2, 2)	乙取	(0, 2, 2)	甲败
(1, 2, 3)	甲取	(1, 2, 1)	乙取	(1, 0, 1)	甲败
(1, 2, 3)	甲取	(1, 2, 0)	乙取	(1, 1, 0)	甲败





由此看来， $(1, 2, 3)$  将是一个败局（先取者失败的局势）。

有没有更加简便的方法来确定一个局势的胜负呢？我们利用二进制记数法与“数位和”，就可以比较简单地做到这点：

所谓二进制记数法，就是  $5 = (101)_2$ ， $2 = (10)_2$ ， $6 = (110)_2$ 。

所谓数位和是一种特殊的加法（如竖式所示）。

$$\begin{array}{r} 101 \\ 10 \\ + 110 \\ \hline 001 \end{array}$$

其法则是：在一个数位上有奇数个 1，则得 1，有偶数个 1 则得 0。一个数位与别的数位无关，即不存在进位问题。

那么，数位和为 0 的局势为败局，数位和不为 0 的局势为胜局；而且面临数位和为 0 的局势，不论怎样取，留下的局势的数位和必不为 0。而面临数位和不为 0 的局势，总可以取走适当的火柴，使留下的局势的数位和为 0。

显然  $(5, 2, 6)$  为胜局。

所以，当我们参加游戏时，若面对胜局，只要先取则总可以取胜，若面对败局只要后取也可以取胜。

当然，在各种局势面前，要想做出准确的判断，不仅要熟悉二进制表示式，而且还要记住一些常见的败局，才能取胜如“神”了。

## 为什么毕达哥拉 斯三元数之积能被 60 整除

毕达哥拉斯三元数组，又称勾股数组，是指三个自然数  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $c^2 = a^2 + b^2$  时， $a$ 、 $b$ 、 $c$  称为毕达哥拉斯三元数组，经数学家们的研究，得出勾股数组可表为  $a = v^2 - u^2$ ， $b = 2vu$ ， $c =$



$v^2 + u^2$ , 其中  $v, u$  均为自然数且  $v > u$ , 由此有对任意自然数  $r$ ,  $a = (v^2 - u^2)r$ ,  $b = 2vur$ ,  $c = (v^2 + u^2)r$  也是勾股组数。所以只要证明  $(v^2 - u^2)(2vu)(v^2 + u^2)r^3$  能被 60 整除即可。

$$\text{设 } n = (v^2 - u^2)(2vu)(v^2 + u^2)r^3$$

1. 显然  $n$  能被 2 整除

2.  $n$  能被 3 整除

因为任何一个完全平方数, 都可以表成  $3m$  或  $3m+1$  的形式 ( $m$  为非负整数), 若  $v^2$  能表为  $3m$ , 则  $v$  的平方根为 3 的倍数, 因此  $n$  能被 3 整除, 若  $v^2, u^2$  都不能表为  $3m$ , 可设  $v^2 = 3j+1$ ,  $u^2 = 3k+1$  这里  $j, k$  均为非负整数。那以  $v^2 - u^2 = 3(k-j)$ , 因此  $n$  能被 3 整除。

3.  $n$  能被 5 整除。

因为任何完全平方数都可以表为  $5m$ , 或  $5m+1$  或  $5m-1$  的形式, 同 2 的方法一样, 可以证明  $n$  能被 5 整除, 至此  $n$  能被 2、3、5 整除, 所以  $n$  能被 30 整除,  $a, b, c = 2n = (v^2 - u^2)(2vu)(v^2 + u^2)r^3$  能 60 整除。

## 为什么你不能中奖

目前, 各种各样的奖券在市场上出售, 人们争相购买, 为了要中大奖。然而, 你中大奖的可能性非常小, 按数学的观点看, 你不可能中大奖。例如, 奖券是十万个为一组, 每组设十个大奖, 那么你买一张, 中奖的可能性是  $10/100000$  即一万分之一, 也就是从理论上说, 你购买一万张, 才可能中一次奖。这种研究一事物发生的可能性有多大的学科, 就是概率论。概率论是在十八世纪人们对赌博的研究而发展起来的。举个简单的例子: 掷骰子, 骰子是一个正方体, 有六个面, 每上面分别标有从 1 到 6 的六个数。赌博时, 桌上有分别标上 1, 2, 3, 4, 5, 6 的方块,



人们往这六个方块里压钱，只能压在其中的一个中，压完后，庄家开始掷骰子，掷出去，上面是几，则几号方块就赢，其余的都输。如你压在3号上，掷出来的是3，你就赢，否则，你就输。人们渐渐发现，不论怎么样，庄家总赢多输少。这是为什么呢？原来，当骰子掷出去以后，它出现的数字有六种可能，即从1到6，而你只能压在一个数字上，即出现你压的数字的可能性是 $1/6$ 而不出现你压的数字的可能性是 $5/6$ 。这样，时间长了，庄家总是赢的、通过研究这些问题，人们发现具体的事物的发生可能性可用一个真分数来表示，称其为这一事物发生的概率。这是古典概率的定义。我们举的例子都是非常简单的。下面举一个较复杂的例子。有一个盒子，里边放有一个写着1到7七个数之一的纸条。让七个人依次猜，猜中有奖。这就出现一个问题，是先猜猜中的可能性大，还是最后猜猜中的可能性大呢？我们看一看，第一个猜，因为有七种不同的结果，即七个数，所以猜中的可能性是 $1/7$ 。第二个人猜，他必须是在第一个人没有猜中的情况下进行，而第一个人没有猜中的可能性是 $6/7$ ，那么还有六个不同的结果，即六个数供猜，则它猜的中可能性是 $1/6$ ，但考虑到一个人的情况，他猜中的可能性是 $6/7 \cdot 1/6 = \frac{1}{7}$ 。同样的道理，每个人猜中的可能性是一样，都是 $1/7$ 。所以谁先猜都是公平合理的。

对概率有了粗浅的了解：你就会明白，为什么你总不能“中奖”。

## 破碎砝码的妙用

一个商人不慎将一个重40磅的砝码跌落在地面上碎成4块，恰巧每块都是整数磅，后来他又意外发现，可以用这4块碎片做



成可以称 1 到 40 磅的任意整数磅的重物的新砝码。请你猜一猜，这 4 块碎片的重量各是多少？

这就是著名的德·梅齐里亚克的砝码问题。这位法国数学家采用“迂回进击”的战术，使问题得到解决。

他是这样演绎的：

首先说明一个结论：如果有一系列砝码，把它们适当地放在天平的两个托盘上，能称出 1 到  $n$  的所有整数磅重物（这时这些砝码重量的和也一定为  $n$  磅）。另设有一块砝码，它的重量为  $m$  磅（ $m = 2n + 1$ ），那么原来所有的砝码再加砝码  $m$  所组成的砝码组便能称出从 1 到  $3n + 1$  的所有整数磅的重物。

因为，原砝码组可称出重量 1 到  $n$  的所有整数磅重物。而原砝码组与重量为  $m$  磅的砝码可以秤  $n + 1$  到  $2n + 1$  磅的所有整数磅重物。

由此可判定这 4 块砝码的重量：

第一块砝码取  $m_1 = 1$ （磅）

第二块砝码取  $m_2 = 2 \times 1 + 1 = 3$ （磅）

第三块砝码取  $m_3 = 2(1 + 3) + 1 = 9$ （磅）

第四块砝码取  $m_4 = 2(1 + 3 + 9) + 1 = 27$ （磅）

用这 4 块砝码可秤从 1 到  $(1 + 3 + 9 + 27) = 40$  磅间的任何一个整数磅重物。

## 为什么两个 桶里的水还会一样多

有两个容量相同的桶。各盛有半桶水。先把第一桶里的水的三分之一倒进第二个桶里，再把第二个桶里水的四分之一倒入第一个桶里，又把第一个桶里水的五分之一倒入第二个桶里。再把第二个桶里水的六分之一倒入第一个桶里。……如此继续下去，



倒 1990 次以后，两个桶里的水还会一样多吗？

经过这样多次的反复倒水，很容易得出结论：一定不会一样多。但探索一番你还真会大吃一惊呢！

先列一个表，将最初几次倒水的情况推算出来（见表）。

倒水次数	第一个桶里的水	第二个桶里的水
0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
2	$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$
4	$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{5} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$
5	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$
6	$\frac{3}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$	$\frac{4}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$
榦	榦	榦

这样，我们眼前就出现了一个明显的规律

1. 倒水次数若为偶数，则两桶的水一样多（各有  $\frac{1}{2}$ ）

2. 倒水的次数若为奇数，设为  $2K-1$ 。则第一个桶里有水

$\frac{K}{2K+1}$ ，第二个桶里有水  $\frac{K+1}{2K+1}$ 。

所以，倒了 1990 次后，两个桶里的水仍然一样多。

如果你懂得数学归纳法，你不妨证明一下。



## 为什么三人同 时猜出了帽子的颜色

中国数学家华罗庚先生的“帽子问题”源于爱因斯坦的《土耳其商人和帽子的故事》一题，但经华罗庚先生一改，就成了一道不可多得的逻辑性极强的判断题。

问题是这样提出的：

老师让三位极聪明的学生看到 5 顶帽子：三顶是白的，两顶是黑的，然后在这 3 位学生闭上眼睛的情况下每人戴上一顶。余下的两顶藏起来，让他们睁开眼睛之后各自说出自己头上的帽子的颜色。3 个学生睁眼互相看了一下，犹豫了一会，几乎同时说出自己头上的是白帽子。

他们是根据什么判断的呢？

这是有这样的推理：3 人戴 5 顶帽子，颜色搭配仅有三种：两黑一白、两白一黑、三白

若是“两黑一白”，必定有一位学生（戴白帽）迅速答出自己头上的帽子是白色的，因为他看到“两黑”。3 人都犹豫了说明这种情况不可能。

若是“两白一黑”，3 位学生都心中有数，“不可能有两黑”每个学生眼前出现一黑，就会立刻判定自己头上的帽子是白色的，但都在犹豫，说明无黑颜色出现，继而判断必是“三白”，自己头上的帽子当然是白色无疑。

## 为什么“对称”意 识能使你在游戏中获胜

几何学中的对称指两点关于它们连线的中垂线成轴对称，关



于它们的中点成中心对称。

具有这种“对称”意识，在某些游戏中，大有用武之地，先举一例游戏。

两人在方桌上摆扑克牌，摆法是轮流摆放，一次一张，但每两张不许重叠，谁最后无位置可摆，谁就输了。若你先摆，你能赢吗？

仔细分析而知，你先摆一个位置后无论对手怎样摆放，你都必有空位摆牌，这就形成了对应，再联想“对称”就会使你获胜。

当然，你摆放的第一个位置应该是很关键的，应是摆放位置中的唯一特殊性位置。

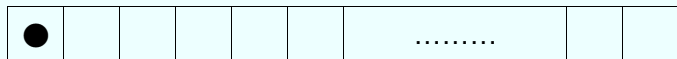
综上所述你会立刻确定稳赢的摆法，先把一张牌放到方桌中心，这样，你对手每摆一张牌则你一定可找到这张牌的对称位置摆放，直到对手再无法找到空位为止。

再举一例：

两人做翻牌游戏，先把圆牌的两面分别画上“+”“-”两种符号，然后摆成一排，且“+”号在上面。翻牌方法是每人一次，一次翻一张或两张，翻过一次的牌就不许再翻了，这样，谁最后无牌可翻谁就输了。如果让你先翻，你会赢吗？

有前一个游戏的经验，解开这个问题并不难。看来需要找到“对称中心”，这就首先需要数一下这些圆牌的个数，若为奇数，你就可先翻中间一个；若为偶数，你就可先翻中间两个，然后无论对手一次翻几个，你就翻对称位置的几个，直到获胜。

最后举一例，看你是否有了“对称意识”：



两人把一个棋子，从左到右移动，使它经过一平方格中的每一个格，这平方格的总数是 1990，谁把棋子移动到最后一格，



谁就获胜。两人轮流，一次移动 1 至 3 格，如果你先走。你会赢吗？若再模仿前两个游戏，就会因找不到对称中心而困惑。但如果你有“对称意识”，就会立刻想到在四个格子里，对手先走，你必能获胜。这样，你走第一次时只要使剩余的格数是 4 的倍数就行了，对手走 1 格，你走 3 格；对手走 2 格，你走 2 格；对手走 3 格，你走 1 格，一直到你把棋子移到最后一格里。

为此，你的第一步只要把棋子移到左边的第二个格子里， $(1990 \div 4 = 497 \times 4 + 2)$  就稳操胜券了。

## 为什么一张牛皮 占有的土地上能建筑一座城堡

你知道古代城市卡发汗吗？它就是在一张牛皮所占有的土地上建立的城市。

传说基尔王的公主蒂顿娜的丈夫被她的兄弟杀死，她逃到非洲。她在奴米地国王那里用了很少的钱买了“一张牛皮所能占有的”土地。这项交易签约后，蒂顿娜把牛皮割成非常细的牛皮条，围成很大的一片土地，足以建成一座城堡。后来扩建成卡发汗。

根据这个传说，假想蒂顿娜割成牛皮条宽 1 毫米，而一张牛皮的面积有 4 平方米，那么她围成的土地最大面积能是多少？

面积为 4 平方米的牛皮、合 4 百万平方毫米，若把它螺旋式地切割成完全可连续的一条牛皮条，也就是 4000 米即 4 公里。这样长的牛皮条可以围出一平方公里的正方形土地。若围成圆形土地，面积可达 1.3 平方公里，其大小相当于三个梵蒂冈。你想，卡发汗市建立的传说还真有点可靠性呢。





## 长绳的妙用

长长的绳子有很多用途，孩子们拿它游戏，工人们用它捆绑货物，但把它当做测量工具，也还有许多妙用。

当你遇到这样的问题，某学校一块小小实验田是梯形，想把它分面积相等的两块地，以便进行对比实验，而你手头只有一条长绳，没有其它任何测量工具，怎样解决这个问题呢？

延长两腰取交点 E，再连结 AC、BD 取交点 F，最后连结 EF 并延长交 AB 于 M，CD 于 N，则线段 MN 就分实验田 ABCD 成面积相等的两块。

这个问题可以证明，因为  $AB \parallel CD$

$$\text{故有 } \frac{DN}{AM} = \frac{DE}{AE} = \frac{DC}{AB} = \frac{FC}{FA} = \frac{NC}{AM}$$

梯形 AMND 与梯形 BMNC 的高相等且两底分别相等，故  $S_{AMND} = S_{BMNC}$

但延长两腰找交点时，发现长绳不够长，这时怎么办呢？我们可以采取如下办法，首先把长绳对折确定中点，再把两端固定在 AB 两点。在 AB 两侧取记号 E、F，再用长绳连结 EF，这样就得到 AB 的中点 M，同样做法，可取到 DC 的中点 N，问题就迎刃而解了。

校门前是一个半圆形的草坪，马路的一边刚好通过草坪的圆心，你能否找到马路这边到校门的最近点。别忘记，你手里有一条长长的绳子哩。

我们为了便于解决这个问题，设校门为 A，马路一边为直线 L 与半圆交于 B、C 两点。这样我们只要做出过 A 点的直线 L 的垂线即可，垂足就是所求点。具体做法很简单，连结 AB、AC 分别与半圆交于 D、E 两点，再连结 BECD 交于一点 F，最后连



结  $AF$  并延长  $BC$  于  $P$ ，这个  $P$  点就是所求作的点。

道理很简单，直径所对的圆周角是直角，说明  $BE$ 、 $CD$  是  $\triangle ABC$  的两条高。这样  $F$  即为  $\triangle ABC$  的垂心，当然  $AP$  就是  $BC$  边上的高了，故  $P$  点就是所求的点。

通过上述两例，相信你也一定能用好长绳。

## 为什么客满的 旅馆还能住进一位客人

下面这个故事据说是希尔伯特讲的。

某一个市镇，只有一家旅馆，这个旅馆与通常旅馆没有不同，只是房间数不是有限而是无穷多间，房间号码为  $1, 2, 3, 4, \dots$ 。我们不妨管它叫希尔伯特旅馆。这种可排成一列的无穷集合  $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$  称为可数无穷集。有一天开大会，所有房间都住满了，后来来了一位客人，一定要住下来。旅馆老板于是引用“旅馆公理”说：“满了就是满了，非常对不起！”正好这时候，聪明的旅馆老板女儿来了，她看见客人和她爸爸都很着急，就说：“这好办，请每位顾客都搬一下，从这间房搬到下一间”。于是 1 号房间的客人搬到 2 号房间，2 号房间的客人搬到 3 号房间……依此类推。最后 1 号房间空出来，请这位迟到的客人住下了。

第二天，又来了一个庞大的代表团要求住旅馆，他们声称有可数无穷多位代表一定要住，这又把旅馆老板难住了。老板的女儿再一次来解围，她说：“您让 1 号房间客人搬到 2 号，2 号房间客人搬到 4 号... $K$  号房间客人搬到  $2K$  号...这样，1 号，3 号，5 号...房间就都空出来了，代表团的代表都能住下了。”

这一天，这个代表团每位代表又出新花招，他们想每个人占可数无穷多间房安排他们的亲朋好友，这回连老板的女儿也被难



住了。聪明的老板女儿想了很久，终于想出了办法。她把第一个客人的第一间房记做  $(1, 1)$ ，第二间房记做  $(1, 2)$ ，第  $K$  间房记作  $(1, K)$ ...第二个客人的第一间房记作  $(2, 1)$ ，第二间房记做  $(2, 2)$ ...这样就有一串两个号码的房间。现在把它按  $1, 2, 3, 4$ ...排好，按箭头的顺序排号： $(1, 1)$  住 1 号， $(1, 2)$  住 2 号， $(2, 1)$  住 3 号， $(3, 1)$  住 3 号， $(2, 2)$  住 5 号...问题不就又解决了吗！

这个故事说明了无穷集合和有限集合的一个特点，即有限集合不能通过单映射映射到自己的真子集合，而无穷集合可以通过单映射映射到自己的真子集合。（单映射是指，设  $F$  是集合  $A$  到集合  $B$  的映射，对  $B$  中的一个象，它在  $A$  中只有唯一元素作为原象，就称  $F$  是单映射。）

## 为什么用尽旅馆的 所有房间却装不下短线段上的点

希尔伯特旅馆越来越繁荣，来多少客人都难不倒聪明的老板女儿。后来女儿进了大学数学系。有一天，康托尔教授来上课，他问：“要是  $[0, 1]$  上每一点都占一个房间，是不是还能安排？”

她绞尽脑汁，要想安排下，终于失败了。康托尔教授告诉她，用对角线方法证明一切想安排下的方案都是行不通的。因为此题根本无解。原因是，旅馆的房间是可数无穷多间，而  $[0, 1]$  上的点的数目是不可数的！下面就是这个事实的证明。

假设  $[0, 1]$  区间内的实数都可以按照顺序排起来，因为  $[0, 1]$  区间的实数可以用  $0.a_1a_2a_3\dots$  小数表示出来，我们把  $[0, 1]$  区间内的所有实数都按照顺序排起来：

第 1 个  $0.a_{11}a_{12}a_{13}\dots$



第 2 个  $0.a_{21}a_{23}\dots$

$\dots a_{k2}a_{k3}\dots\dots$

第 K 个  $0.a_{k1}$

现在我们选一个实数  $Z=0.b_1b_2b_3\dots$ ，定义

$$b_k = \begin{cases} 9, & \text{如 } a_{kk} = 1 \\ 1, & \text{如 } a_{kk} \neq 1 \end{cases}$$

显然  $Z$  不等于上面任何一个数，因为至少第  $K$  位  $b_k \neq a_{kk}$ ，同样  $b_1 \neq a_{11}$ ， $b_2 \neq a_{22}$ ， $\dots$ ，因此，与上面可数个实数每一个都不同，因此， $[0, 1]$  区间的实数是不可数的。

由此可知无穷集合之外，还有不可数集合，可以证明：不可数集合的元素数目要比可数集合的元素数目多得多。

## 为什么模糊数学并不模糊

数学是研究物质运动变化的数量关系和空间形式的一门科学。它在各种运动变化中抽象出数量关系和空间形式加以研究，为各门学科的研究提供有力的工具，为其发展起到了重大的推动作用。然而，现代数学研究的数量关系和空间形式都是非常精确的。现代数学的基础是集合论，集合论中的集合概念，是非常明确的。例如，全体自然数所组成的集合  $N$ ，意义非常明确。一个数  $a$ ，要么在这个集合里，要么不在这个集合里，即  $a \in N$ ，或  $a \notin N$ 。有且只有一种情况成立，即“非真即伪”，“非此即彼”。再如，平面内一个圆的内部全体点所成的集合  $S$ ，对平面上点  $A$  来说， $A$  在  $S$  内，即  $A \in S$ ，或  $A$  不在  $S$  内，即  $A \notin S$  是明确的。然而，在我们日常生活中，有一些概念是模糊不清的。如一个班级的高个子同学。这个概念不清楚。身高多少才算高个子呢？再如，“这在很大程度上反映了事物本质”等等，究竟多大程度呢？这是不具有集合论中要求明确的条件，所考虑的对象也



不可能要有非此即彼的严格性。把这种现象称为模糊现象。研究这种模糊现象是有意义的，在现实生活中，完全用明确的方法考虑问题，是不可能的，有时，也是不必要的。假如要去找一个人，告诉你他是个高个子，胖胖的，有大胡子，你就能找到。用不着把精确的数字都告诉你。身高多少体重多少，有多少根胡子。因此，产生了一种研究“模糊现象”的数学方法——模糊数学。它是1965年由美国加利福尼亚大学控制论专家L·A·扎德首先提出来的。二十多年来，这一学科获得了异常迅速的发展，它有一套完整的理论基础，其推导都是非常严密的。所以模糊数学并不模糊，它在生产实践中有广泛的应用。

## 为什么存在突变理论

过去，人们一直研究连续的运动变化。什么是连续的运动变化？就是在运动变化中比较平稳的。如汽车在公路上行驶，它的速度变化是平稳的，从每小时40公里到每小时60公里的变化，不是突然的改变，而是逐渐增加。不论这个过程使用多少时间，速度都是一点一点地变大，只是时间不同。若前面有一物体，汽车碰到物体立即停止运动，这个变化就不平稳了，速度一下变为零了。再如，食物的腐烂，也是一点一点的平稳变化的。然而，在我们生活中，还有许多突变是不平衡的。如火山的突然喷发，突然的地震，电视使用了一段时间后，突然不出图像了，大桥突然坍塌等等变化。这些变化，有一个显著的特点，就是在平稳地变化一段时间后，发生了一件突然的变化，发生了一次大的跳跃，而不是连续的变化。所有这些以及其它许多在连续发展过程中出现突然变化的现象以及与连续变化因素之间的关系，就成为一门新兴的学科——突变理论的研究内容。

突变理论的数学渊源可以追溯到Poincare，他在一个世纪以



前就指出了应注意运动变化的突然性，但他的思想是超时代的不能为当时的数学界接受。对突变理论的贡献最大的是其创始人法国数学家托姆。20 世纪 50 年代，托姆引入了一些概念作为讨论稳定性的基础。20 世纪 60 年代，又用这些概念并讨论了分类问题，称之为“初等突变”，从而导致突变理论的建立。托姆的著作出版于 1972 年，并且很快译成英文。但它没有对最重要的分类定理进行严格的数学证明。这项工作是由后来由 Mather 和 Malgrange 等人完成的，Zeeman 在突变理论的发展中也起了很大的作用，他们在理论上、应用上和普及等方面都做了大量工作。

现在，突变理论在应用方面发展很快，已成为与模糊数学、非标准分析并驾齐驱的三大数学新学科之一。

## 为什么把海王星叫做“笔尖上的星”

牛顿发明了万有引力定律，人们用这个定律可以准确地计算出水星、金星、火星、木星、土星在天空的位置。但在计算天王星的位置时，总是与观测结果不完全符合。约在 300 年前有人猜测，在天王星附近可能还有一颗尚没有被发现的大行星影响它的运动。

当时有两位年轻人：法国的勒维烈和英国的亚当斯，他们靠数学知识找到了这颗行星。亚当斯用了两年时间，在 1845 年，计算出了这颗行星的位置；勒维烈也于 1846 年完成了这个计算。柏林天文台根据他们的计算，在他们指定的星空发现了这颗微带蓝色的大行星，与勒维烈预定的位置只相差  $1^\circ$  左右。由于海王星的发现，首先要归功于数学计算，因此人们又把海王星叫做“笔尖上的星”。



## 什么是叙古拉猜想

同学们在一起可以做这样一个游戏，每个人可以从任何一个正整数开始，连续进行如下的运算：若这个数是奇数，就把这个数乘以 3 再加 1；若这个数是偶数，就把这个数除以 2，所得结果仍按上述原则处理，这样运算下去直到第一次得到 1 就算结束，那么是否都能到达终点呢？若规定若干个起始数，是否选最小的就到达终点早些呢？如：

(1)  $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

(2)  $17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

所以，要是从 27 开始，就要经过 110 步运算才能得到 1。

你可能会问，是否每一个正整数按这样的规则运算下去都能得到 1 呢？这个问题至今没有得到证明。尽管一个数一个数地试，都能奏效，没有发现例外，但终究不算是证明，目前数学家们只是猜想这件事可能正确，因此，这个结论通常称为科拉兹猜想、哈塞猜想或角谷猜想，也称叙古拉猜想（叙古拉是美国的一个地名）。

这个问题从二次大战后在叙古拉会议上提出，至今无人证出，经过计算机验证每个小于  $7 \times 10^{11}$  的正整数，进行“叙古拉演算”都得到 1，如果你能发现一个更大的正整数，演算结果得不到 1，那可是件了不起的事。不过目前你不必去耗费精力，待以后你有了相当雄厚的数学理论时，再去攻克这个难关吧！

## 札波里的奇想

札波里并不是数学家，他只不过是波米亚洛夫斯基所写的《神学院的随笔》一书中的一个学生。在《在冬天的傍晚》这一



章里被描写到“……札波里专心致志地写着，看来他似乎是个极为勤勉的学生。其实他只是在写下一个数字，然后又写下一个，两者相乘后，把积的首位数字再写下来，并和积又相乘，他一再，再而三地做下去，产生了一个奇想：想看看结果究竟如何。”

假如他开始所选的数字是 8 和 9，那么  $8 \cdot 9 = 72$ ； $7 \cdot 72 = 504$ ； $5 \cdot 504 = 2520$ ……像这样所写的数越来越越大，我们就称之为“不稳定型”。

如果他开始所选的数字是 2 和 5，就有  $2 \cdot 5 = 10$ ； $1 \cdot 10 = 10$ ……由于积的首位数字是 1，那么以后的积就永远不变了，这种情况称之为“稳定型”。

札波里进行不断地相乘，似乎乘积首位数字为 1 的情况迟早总会发生（当积小于 1 时，指的是首位有效数字）。换句话说：“不稳定型”是暂时的，或迟或早总要化为稳定型。但经过一番探索，我们就会知道，这个直觉并不可靠。

札波里任选两个数都会在相乘运算中得到一系列乘积，我们随意从一个积开始，顺序地称为： $X_0, X_1, X_2, X_3, \dots$ 。这样易知：当  $X_0 = 5$  时， $X_1 = 5 \cdot 5 = 25$ ， $X_2 = 2 \cdot 25 = 50$ ； $X_3 = 5 \cdot 50 = 250$ ； $X_4 = 2 \cdot 250 = 500$ ……这显然永远成不了“稳定型”。也说明札波里的运算里的积，只要出现 5, 25, 50, 250, 500……即刻确定为“不稳定型”。

有人做过研究和统计，不稳定区间在  $[1, 10]$  内就有 6 个，这里指  $X_0$  的取值。区间总长度约等于 2.53，占总区间  $[1, 10]$  的 28%。所以“不稳定型”也绝非寥寥无几，而占有相当比例。

你若有兴趣可以记住区间  $[1, 10]$  中这六个“不稳定区间”。它们是： $[2\frac{1}{2}, 3]$ ； $[3\frac{58}{189}, 3\frac{1}{3}]$ ； $[5, 6]$ ； $[7\frac{1}{7}, 8]$ ； $[8\frac{13}{14}, 9]$ ； $[9\frac{58}{63}, 10]$ 。





# 信息科学

## 什么是“信息高速公路”

1994年，美国对“信息高速公路”的建设进入实验阶段，这标志着信息革命即将来临。同样这场信息革命又标志着“多媒体时代”的到来。“信息高速公路”的“路”，是指用光纤电缆构成的网络，而在“高速公路”上跑的“车”是指集电脑、电视、录像、电话等多种功能为一体的“多媒体机”。

信息网络把全国乃至全世界的办公室、家庭、学校、图书馆、商店、服务中心联结起来，你只要有一台“多媒体机”，就可以坐在家与世接轨。

目前全世界大约有1.2亿台个人电脑，每年还将新增几千万台，全世界大约有9亿部电话，在许多国家电话已经普及，电脑不久也将普及。随着多媒体技术的兴起，既能当书报阅读、当电视观看、当音响欣赏音乐，又能当传真机、电话机使用的多媒体电脑已经问世。有的还可以随身携带，它只有书本大小，约1.3公斤重。家中只要有一台多媒体机，那么电视、电话、电脑、传真机、音响就都不需要买了。

这场信息革命决不仅仅促成了多媒体机的出现，随之而来的其他行业也都发生了变化。如电子图书的出现。第45届法兰克福书展是世界上最大的书展，这次书展专门开辟一个4000平方米的展厅展出电子图书。在这个展厅中看不见传统的纸质书籍，而全是磁盘、光盘、电脑。其中激光视盘最引人注目，一张单面激光视盘（简称光盘）可以容纳一年报纸的全部信息，或一个大



城市所有居民的姓名、地址和电话。你出门带上一个巴掌大的光盘，就相当于带了好几本书，连同阅读机在内也不会超过平常一本书的大小，可以方便地装进口袋里。

“信息高速公路”的开通，使世界的经济贸易活动发生了革命。国与国之间的贸易使用电子数据交换技术来代替传统的纸制单据，实现了“无纸贸易”，提高了工作效率。而个人可以通过电视购物，当你选中商品，只需要按一下电钮，商店就会送货上门。对于个人来说，手持一张信用卡，出门、购物都十分方便。而单位职工拥有一张智力电子卡，早上职工上班利用这个卡停车，到门口签到，到食堂吃饭以及持卡进入工作区工作。主管部门根据职工使用电子卡的情况可以掌握职工的活动范围，极大的方便了人们的学习、生活和工作。

“信息高速公路”将在全世界得到迅速发展。

## 信息反馈是怎么回事

你去过北京天坛吗？那奇妙的回音壁是否令你感到趣味无穷？假如用科学来解释回音壁现象，它其实属于一种信息反馈。

我们在日常生活中经常遇到这种情况，如果手碰到火焰就会立刻避开，以免再次被烧到。过马路时，看到汽车过来闪到一边，以免被车撞倒。以上这两个例子由神经系统将信息传给大脑，大脑再作出反应。综上所述，我们所作出的反应就叫作信息反馈。

如今，超市比比皆是，竞争异常激烈，各大公司为了招揽顾客，在竞争中立于不败之地，纷纷安装电子计算机，方便灵活地反映汇总前一天的销售情况。公司根据这一信息，对商品价格进行调查，合理配置货源，调整后的价格传到下属连锁店，同时都按新价格收款，这一信息传递过程其实就是信息反馈过程。



现代社会是信息的社会，无论什么行业，都离不开信息。信息和信息反馈决定商机，决定一个企业的命运和未来！并且信息的时效性比较强，及时、准确的进行反馈是信息社会中必不可少的操作环节。

## 什么是第五次信息革命

在漫长的人类文明发展史中，已经经历了 4 次信息革命。

第一次建立了语言。这是人类进化和文明发展的一个重要里程碑。语言的出现促进了人类思维能力的提高，并为人们相互交流思想、传递信息提供了有效的工具。

第二次创造了文字。使用文字做为信息的载体，可以使知识、经验长期得到保存，并使信息的交流开始能够克服时间、空间的障碍，可以长距离地或隔代地传递信息。

第三次发明了印刷术，产生了书刊报纸。这极大地促进了信息的共享和文化的普及。

1844 年 5 月 24 日，美国人莫尔斯通过实验线路发出了人类有史以来第一封电报。虽然这封电报的传输距离只有 40 英里，但它标志着第四次信息革命开始了。此后，电信事业得到了飞速发展。电话、广播、电视等信息传播手段的广泛普及，已经使人类的经济和文化生活发生了革命性的变化。

目前人类正面临着第五次信息革命。第五次信息革命的标志是电子计算机的数据处理技术与新一代通信技术的有机结合。

专家们认为，高度信息化的社会必须有高级信息通信网的支持。所谓高级信息网就是采用数字技术，使现代通信技术与电子计算机结合起来，有效和经济地传送、存储和处理各种通信业务信息的统一的网络体系。国际上把这样的系统称为综合业务数字网或 ISDN。



目前在一些发达国家，ISDN 已经能够或即将能够提供下列服务：

### 1. 话音业务

伴静止图像传输的通话：相隔万里的两个人，在通电话的同时，可以看到对方通话时的静态形象。

伴书写的电话会议：在电话会议的同时可以把一些文字材料传输给与会各方，并显示在他们的电话屏幕上。

防窃听数字编码通话业务：根据需要，使用加密数字编码。使得非通话双方无法窃听通话内容。

### 2. 数据类型业务

电子邮件。在计算机上“书写”、编辑信息（文件），经统一的数字交换技术传输给对方的计算机。电子邮件的特点是快速、可靠。而且可以方便的存储。接收的一方可以在适当的时候检索来函，避免不时地接电话而打乱工作安排。电子邮件可以提高办事效率，它以磁媒体（例如磁盘）代替纸张来存储档案、文件，既缩小了存储空间，又便于检索。可以预言，电子邮件将会逐渐替代现有的通信邮递服务系统。

此外数据类型业务还包括数据的安全存取与防窃、遥测、遥控数据传输等。

### 3. 可视型业务

可视类型业务主要是指静止或动态的图像传输、电视节目的分配与传送，高清晰度电视等。

人类社会的第五次信息革命正在进行中，虽然还有许多技术问题有待突破，但仅从现有的进展来看，它已向世人展现了美妙的前景。



## 电子出版物经历了哪几个发展阶段

电子出版物是出版物的一种，它将声音、文字、图像等信息转换成电信号后存储在磁带、软磁盘或光盘上，通过电脑屏幕显示出来。其主要形式有三类：

(1) 计算机机读磁带（或称“计算机可读磁带”）。它出现于 60 年代末 70 年代初，是将信息记录在磁带上。其优点是存储量很大，但需使用大、中型机，其价格昂贵。

(2) 软磁盘。是 20 世纪 80 年代初出现的一种新型出版物，具有体积小、重量轻、使用方便等优点，适用于 PC 机。但不足之处是存储量小，高密度软磁盘存储量为 1.2 兆字节。

(3) 密集型只读光盘（CD-ROM）。20 世纪 80 年代出现的一种新型电子出版物。其优点是信息量大、读出速度快、检索效率高，成本低且使用方便。现在已广泛应用于出版词典大型书目、政府出版物和文摘杂志等出版物。

此外，一种多功能的声、图、文并茂的多功能光盘也已出现。检索者从中可听到名人的演说、著名作曲家的乐曲、各种乐器的声调、各种动物的叫声和各种鸟类的鸣叫声，看到栩栩如生的图像。在轻松的环境里学习和欣赏，收到事半功倍的效果。它已越来越普遍地走进我们的生活！

## 电子书刊的特点是什么

日常生活中，我们读的书籍、看的报刊都是无声读物。

而电子出版业作为一个新兴产业，其崛起是在 20 世纪 70 年代，人们把书刊原稿排版印刷后制成真正的书刊。原来存在于计



算机中的书稿可以存储在磁盘、光盘上，称其为电子书稿。到了20世纪90年代，由于计算机技术的蓬勃发展，图形文字的编辑在原有的基础上更上一层楼，电子书稿中不再是单纯、传统的文字，而是经过了计算机对其音频、视频等技术处理，原有书稿上不再只是简单的图像，除了文字说明外，还可以发出声音，做出模拟动作。这在书刊的发展史上是一次质的飞跃！这一类的书籍统称为电子书刊。并将其储存在软盘、光盘中，使用计算机可方便阅读。

伴随着信息技术的高速发展，出版业又面临着网络化大变革，将各种书籍分类注册，在网上供世界上数以万计的读者用户查询阅读，比存在光盘、软盘中又更进了一步，且不受其容量的限制。我国的《人民日报》可以在网上查到。而上网读书看报也成为一种新时尚，且不受地域、时间的限制，存储量大、内容丰富、图文并茂，视听效果使人耳目一新，查询起来迅速、方便，成本不高，且容易及时更新，比普通书刊有较强的时效性。

众多的优点，使电子书刊一“出世”，便受到全世界读者青睐！

## 什么是音像出版物

音像出版物确切的说是以光学、电子技术设备为手段，以磁性材料（磁带）、感光材料（光盘）或其他非纸材料为载体，记录有声音符号、活动图像符号以及文字符号的出版物。

其特点是：①有声音和活动图像，表达内容更加直观、生动、逼真；②必须经过（录音机、录像机等）阅读，有一定局限性；③可供多人同时阅读；④检索不如图书方便。音像出版物的用途日益广泛，如用来传播科学文化和知识技能，丰富人民的文化生活，用于国际交流促进相互了解。



音像出版物分为录音出版物和录像出版物。

录音出版物用来记录、贮存声音信息。目前主要形式是以录音机为媒体，磁带为载体，而激光唱片则是以激光唱机为媒体，以镀有反射膜的塑料圆盘为载体。可供人们欣赏音乐和曲艺节目。世界上录音机的雏形是 1877 年爱迪生发明的留声机。1958 年，美国 RCA 公司研制了第一台卡式系统录音设备，1962 年，飞利浦公司发明了盒式系统录音设备。此后，录音带被列为出版物的一个门类，逐步普及到家庭。我国的录音出版物是 1980 年后大量发展起来的。据统计 1990 年出版录音带 1.1 亿盒，多达 3000 多种。

录像出版物的主要形式为录像带，存贮、播放配有声音的图像。以录像机为媒体，磁带为载体，是现代技术的产物。1951 年，美国 RCA 公司制成世界上第一台固定磁头式录像机。1975 年，录像机开始进入家庭。1982 年，日本广播公司研制了可多次录像的电视唱片即光盘。而中国出版录像带始于 20 世纪 80 年代，其后迅速发展，从 20 世纪 90 年代起，中国的音像出版市场经过治理整顿，进入了一个全新的发展时期。

## 什么是无线电接力通信

提到“接力”，人们自然会联想到田径运动中的接力赛跑。其实，接力通信就是受到它的启示，在通信两地之间，每隔数十公里设一个“转发站”（又称“中继站”或“中间站”），每站安放两部接力机（每部接力机包括一部电台和一部终端机），将前站发来的信号接收下来，又马上发向下一个接力站。这样，信号就一站接一站地依次传递下去，好像接力赛跑一样，从而实现远距离通信。这种通信方式叫做无线电接力通信。



## 为什么对流层散射通信距离远、容量大、可靠性高

对流层散射通信，乍一提到这个名称，似乎颇有点新鲜之感，其实它已是当今通信家族年富力强，朝气蓬勃的成员之一了。简而言之，它是利用大气对流层中特殊的不均匀体对超短波的散射作用来实现通信的。原来，笼罩着地球的大气层，并非绝对均匀，而是奇妙地按照不同的高度呈层状分布，即对流层、平流层、电离层……好似“天梯”一样，直插云天。其中对流层离地面约 20 公里。由于它处于大气的低层，因此它是风、雨、云、雾、雪、雷电等一切大自然奇观的大舞台。这里的空气因冷热不均，垂直对流和水平移动齐头并进，循环往返，从不平息，形成许多大小不一、离奇古怪的气流旋涡，好像波浪翻滚、旋涡重重的大海洋一样。其中，称之为湍流的这种气流旋涡，团团相连，千丝万缕，大小通常为几米至几十米，最大不超过 60 米。当无线电波照射到这种起伏奔腾的湍流上时，在每一块不均匀体上便出乎预料地产生感应电流。按照电磁互变原理，这些空中不均匀体就摇身变成电磁波辐射源，能重新发射电磁波，起到电磁波的接力或再生作用。因此，不均匀体也称第二次辐射体。它居高临下，能将入射波前进的方向散射到远方地面上的各接收站。并且，这种散射有着一定的方向性，总是沿着入射波前进的方向散射最强，偏离前进的方向，散射则较弱。这种特性叫做前向散射。

对流层散射通信的突出优点，一是通信距离远。由于第二次辐射体高挂天空，因此对流层散射通信的单跳距离一般达 200～600 公里，有的达 1000 公里，仅次于卫星通信。这样，就既可大大减少造价昂贵、后勤供应困难的中间接力站，又能轻而易举





地跨越湖海、沙漠、高山大川等天然通信屏障。二是通信容量大。因对流层散射通信的工作频率是处于超短波范围（波长在10米以下，即频率高于30兆赫），所以固有频带比较宽，通信容量比短波无线电通信要大几十至上百倍。三是通信可靠性高，抗干扰性强。对流层散射通信主要依赖于对流层中各湍流团的变化特性，而与电离层无关，无须像短波通信那样频繁地改换工作频率。因此，它的通信可靠性高达90%以上。特别是它不受太阳黑子、磁爆和极光等所左右，也不怕原子弹的干扰。核爆炸时，短波通信最敏感，深受其害，起码中断通信几十分钟至数小时之久。而对流层散射通信一般不受干扰，即使有一星半点影响，也能在几秒至几十秒钟内恢复正常，所以有“炸不断的通信线”之称。

## 为什么流星余迹也可以用来通信

你也许知道电视通信、激光通信、卫星通信……然而，你知道“流星余迹通信”吗？这是一种新式的“千里眼，顺风耳”。它的通信距离远，一台功率为500~1500瓦的发射机，普通的八木天线，就能实施1500~2300公里的远距离通信；保密性强，不易侦听，更难截获；通信稳定性好，就是原子弹也炸不断它的无线电“线”，反而使它信号猛增，效率提高，难怪科学空们对它十分青睐。

晴朗的夜空，繁星闪烁，令人遐想联翩。不时，我们看到一道亮光划破长空，瞬时消失在天际。这，就是我们通常说的流星。流星是宇宙间的“害群之马”。流星体小的如微尘，大的像一座山，估计每昼夜闯入大气层的流星数目，质量超过千分之一克的就有一百亿个！流星体飞出的大量分子、原子与空气中的带



电粒子碰撞，就分离成正、负带电粒子。于是，在 80~120 公里的高空上，迅速形成一道特别的电离“空气柱”，好似流星投下一道“长影”，这就是奇妙的流星“余迹”。

随着现代化科学技术的突飞猛进，通信专家们发现：流星余迹中的大量带电微粒，在外来无线电波的作用下，能奇迹般地发生共振，其共振频率与入射电波的频率完全一致。这时的流星余迹竟成为入射电波的第二次辐射源，天空中好像横放着一面巨大的“柱状”反射镜，将入射的高频电磁波向前方反射。流星余迹的这种“魔术”本领，导致了现代流星余迹通信这门新技术的诞生。流星余迹通信，除必备通常的发射机、接收机和天线外，还要有一套特殊的控制设备，发送及接收信息存储器。操作时，先把待转的信息快速处理，迅速发送信息存储器里待命。当流星余迹刚一露面，控制设备便当即打开发射机闸门，说时迟，那时快，保存的信息信号便以极高的速度调制到调频电磁波上，通过流星余迹反射，火箭似地向对方飞去。流星余迹一过，发射机闸门即刻关闭。随着流星的神出鬼没，双方通信系统如此往返跟踪追击，直至信息传送完毕。最后，接收信息存储器把断续收到的信息，变成连续信息输送出去。

## 微波通讯为什么发展这么快

微波通讯是在无线电通讯的基础上发展起来的一种新的通讯技术。它具有容量大、质量高，可以长距离传送电视、电话、电报、照片、数据等各种通讯信号；还有投资省、建设快等多方面的优点，因此，它已成为现代化通讯的一个重要组成部分。

目前，我国已经建成 14000 多公里微波电路，连通 20 多个省、市，向全国各地传送着彩色电视、长途电话、电报，还向部分边远地区传送《人民日报》传真版、广播节目和传真照片。微



波通讯已经成为我国的通讯事业中的一种重要的通信手段。

微波是一种波长不到 1 米，有的只有几厘米或几毫米的无线电波，有像光一样的特性。微波可以利用聚光灯的原理，用抛物面天线把电波集中成波束发射出去，传向远方。但是微波和光一样，方向性很强，如果被山头挡住，远处就收不到信号，只有电波可以直接“照射”到的地方，才能收到信号，因此微波通讯问题，每隔一定距离就要建立一个微波接力站，接收前方送来的微波信号，加以放大传送下去，因而微波通讯又叫“微波接力通讯”或“微波中继通讯”。一般微波接力站之间的距离平均约 50 公里左右。微波通讯必须采取接力的方式，这是它的一个重要特点。

由于微波波长很短，它的频率就非常高。普通短波电台频率约为几兆赫，而微波频率，往往有几千兆赫，甚至几万兆赫。这样高的频率，不但不会受到雷电、电焊，或电气火车等的干扰，通讯中杂音很小，质量很好，而且由于频率高，频带也就宽，所以一个微波机可以传送数百及至上千个电话以及远距离传送彩色电视节目。我国目前建设的微波机，每个机器可以传送 960 个电话或一个彩色电视节目。一个天线可供 6 部微波机同时工作，可以实现多波道传送。微波通讯容量大、质量好，这是它的又一个重要特点。

微波电路的建设不受地形的限制，对于湖泊、大江、高山都可选择合理地形穿越而过，实现通讯。它也不受冰凌、大雪、暴雨等恶劣气候的影响。因此，微波通讯可以适应各种现代化通讯的需要，因而得到广泛发展。



## 为什么在海洋里不能 像在宇宙空间那样使用雷达

空中“千里眼”是雷达，水中“千里眼”是声纳。声纳，又叫水声定位仪，它与雷达的原理相似，只不过是用声波代替电磁波，一个用在空中，一个用于水下罢了。

那么，为什么在海洋不能像在宇宙空间那样使用雷达呢？这是因为，海洋中作为能量传播介质的海水是一种导电体；当电磁波辐射到海水之中时，其大部分能量会被海水吸收掉，使传播距离受到严格的限制。

用光波行不行呢？光波本身属于频率更高的电磁波，在海水中被吸收衰减得很厉害；浑浊的海水会更严重地影响它的传播。

于是，人们就开始利用声波，研制出了声纳。声波受海水吸收衰减很小，能传播更远的距离。拿相同能量的电磁波和声波比，声波能量的吸收衰减低于电磁波的千分之一。简单地说，就是电磁波走 1 公里就消失，而声波却能走 1000 公里。所以，声波是海洋中信息传播的较理想形式。

谈到声纳的应用，可以追溯到第一次世界大战。当时，德国采取无限制潜艇政策，使英国一方受到了沉重的打击。为了防潜反潜，法国物理学家郎之万研究了水下超声波的反射，利用 1880 年法国化学家发现的压电晶体，制成了压电陶瓷，创立了超声学和水声学。到了第二次世界大战期间，随着电子技术的发展以及超声、水声学基础研究的深入，人们利用压电陶瓷制成了声纳。那时，几乎所有的舰船都装上了它，在战争中发挥了重大的作用。但是，半个多世纪过去了，声纳的每一项发展，除了船用的探测器、探鱼仪外，几乎都是因为军事的目的。直到 20 世纪 60 年代，声纳利用才扩展到海洋开发方面。



今天，人们已经研制出了众多的声纳系统，用于军事和海洋开发。其中，用于军事的有测距声纳、探雷声纳、声制导鱼雷、多卜勒导航仪等各类声纳系统设备；用于海洋开发的有海洋环境测量、海底勘探、海洋生物遥测与跟踪、水下通信、目标定位等各类声纳系统设备。

声纳设备门类广、型号多，根据它们的工作方式，可分为被动声纳和主动声纳两类。

被动声纳本身不发射声信号，只处于被动接收状态工作，所以也叫无源声纳。它主要用于检测目标所辐射的声信号，如潜艇噪声、鱼群噪声等。被动声纳主要由用压电陶瓷元件组成的接收换能器基阵、接收机和终端装置组成：接收换能器基阵将声信号变换为电信号，再由接收机进行放大处理，终端装置用于显示、存贮被测信号，并供操作人员监听分辨。

主动声纳是一种有源声纳。它通过自己向海洋发出的声信号和目标反射回波，经处理达到测距定位的目的，广泛应用于海洋目标的探测、定位导航等方面。

水中“千里眼”声纳，就其发现目标的距离而言，是无愧这一称号的。然而就其辨别目标的低能来看，则令人遗憾。因为它还不能一眼看穿诸如舰船的国籍等。但可以预言，随着科学技术的进步，它会变得越来越神通广大。

## 什么是莱塞雷达

莱塞雷达也叫做同相光定位器，有时也叫做光量子雷达，一般称为激光雷达。

激光就是一种颜色很纯、能量高度集中的光。它是由一种叫做激光器的新颖光源所产生的。激光器能实现光的能量在空间上和时间上的高度集中，因此，激光的亮度极高，比太阳表面的亮



度还要高 100 亿倍；它的方向性也极好，几乎是一束平行的光线。

1962 年才出现的激光雷达是由无线电雷达发展而来的，它们在原理上和结构上都很相似。激光雷达可以测定目标的距离，也可以测定目标的角度。根据多普勒效应，它还可以测出目标的速度。由于激光的波束很窄，比无线电雷达的方向性强得多，所以，它测目标的距离和角度的精确度比无线电雷达高得多。

激光雷达探测的范围可从几十米的低空到几十公里的高空。它能测出云层的方位、距离、底部及顶部高度，因而获得云层横截面的结构图。它能发现极薄的肉眼看不见的卷层云和对飞机飞行危险很大的晴空湍流（颠簸）。此外，它还能探测大气中，小到气体分子的各种微粒，测量大气温度、密度和风。但是，激光雷达也有它不完善的一面：它在云雨烟雾中无法工作。目前，人们正设想，进一步加大激光波束密度，使它能摧毁照射途中的云雾水滴，这样，它就可以在恶劣的气象条件下也能发挥作用，成为气象探测的最新工具。

## 雷达为什么能够测风

很久以来，人们就对蝙蝠的飞行产生了浓厚的兴趣。这种动物的视力是很坏的，但是它却能在傍晚迅速、准确地在空中飞翔。经过科学家的研究，证明蝙蝠身上有一部小小的“超声波雷达”，在指挥着它在黑夜飞行寻找食物。例如，当它嘴里发出超声波在某一方向遇到障碍物时，就立刻反射回来，其中一部分反射到蝙蝠耳朵里，它就知道那个方向上有障碍物及时避开。

雷达是第二次世界大战前后诞生的。它是利用电波来侦察目标的距离和方向的，所以，雷达也叫做无线电定位仪。

雷达的发射机好比蝙蝠的嘴巴，是用来发射电波的，不过频



率比蝙蝠发出的超声波高得多。雷达接收机和显示器好比蝙蝠的耳朵，能把反射回来的微弱的电波放大，加工并且指示出来。调制器可以比作蝙蝠的脑神经，它能发出一串串的电讯号，命令发射机通过天线发出一串串的电波。在这同时，调制器发出的讯号还命令显示器这个“电子秒表”开始走动和记时。

显示器这个“电子秒表”是怎样记时的呢？在调制器发出命令的时候，装在显示器里的电子射线管便开始进行一种特殊的电子打靶。这时电子从电子枪里成束地射出，电子从左向右一点点连续扫描，然后很快地返回左边再进行扫描。这样快速地往复下去，便在荧光屏上自左到右地划出一条亮线。它的长度代表着一定的时间，而且是由电子自左向右扫描一次的时间所决定的，因此叫做时间基线。在时间基线的左边起出现的尖峰代表发射的电波；收到目标回波（反射波）的时候，又在时间基线上出现了另一个较小的尖峰记号。

回波和发射波在时间基线上距离，便代表电波到目标之间的往返时间。根据电波每秒传播 30 万公里的速度，目标离雷达站的距离也就可以推算出来了。例如，电波到目标往返一次的时间如果是 10 微秒的时间（一微秒是百万分之一秒），那么，目标距离就是 1.5 公里。所以，荧光屏上的时间基线就是一把量距离的标尺。

雷达的发射机和接收机可以共用一副天线。当发射电波的时候，那个叫做收发开关的小东西就立刻把接收机的道路卡住，使强大的电压不致跑到接收机里去。当发射机暂停发射的间歇，收发开关又把天线和接收机接通，以便使反射回来的电波能顺利地进入接收机里。

雷达天线只能在一个很狭窄的空间里发送和接收电波，就像手电筒能把光束集中发出去一样。因此当探测者转动天线使雷达得到最强的回波的时候，也就是目标正处在天线波束照射方向上



的时候。

用雷达测风时，只要在气球下面挂上一个三角形或多角形的金属反射靶就行了。雷达可以相当准确地测出气球离开我们的直线距离，这种本领是光学仪器没有的。雷达测出了气球的距离和仰角以后，气球的水平距离和高度也就可以准确地计算出来了，因此气球的高度用不着以它的上升速度来估算，只要测出各个时间里气球的距离、方位和仰角三个数据，各个高度上的风向、风速也就能相当准确地计算出来。

上面说的雷达测风美中不足的就是反射波太弱，限制了雷达探测的距离和高度。为了使雷达测得更远，侦察更高的高空风的情况，还可以用装有回答器的探空仪，去代替空中的反射靶。

回答器是一种更先进的探空发射机，它具有回答信号的本领。当地面雷达发出询问信号以后，触发了空中的回答器，它就立即发射出回答信号。在雷达显示器上根据回答信号出现的位置，就可以知道气球当时的距离。

## 雷达是怎样测雨的

还在使用雷达的初期，雷达兵就发现雨雾等回波常常出现在荧光屏上，甚至妨碍搜索敌机。这种现象被称为气象干扰。但是，在一定的条件下，坏的东西可以引出好的结果，对雷达兵观察有害的气象干扰，却给气象工作者一个重要的启示：利用雷达可以研究云雨的变化，预告暴风雨的来临。这是因为雨、云、雾是由大小不同的水滴构成的。它们对波长较短的电波有散射（也有吸收）的作用；散射的电波其中有一部分能量回到雷达站，被接收和显示出来，就成为气象回波。目标的距离一定时，雷达的波长越短，水滴的半径越大，回波的功率就越大，荧光屏上的回波就越明亮。所以测雨和云的雷达要使用波长更短的电波。例





如，厘米波、毫米波。

测雨雷达的工作原理和测风雷达大体相同。不过测雨雷达最常用的是平面位置显示器。这种显示器能随着天线的转动，把各个方位和距离上的气象目标显示在荧光屏上，就像把天气情况画在以雷达站为中心的地图上一样。

当东方有雨的时候，在雷达显示器屏幕上的 90 度方位上，就会出现一片光带。算清楚亮带中心到屏幕中心有多少光圈，就可以算出雨区的中心离雷达站的距离有多远了。如果飞机上安装了这种测雨雷达，驾驶员就可以直接探明在前进的航线上有无雷雨，以便设法绕过去。

用这种雷达进行二次以上的观测，还可以判断云雨的移动方向和速度。例如在 12 点 35 分测到有个雨区是处在北方 35~40 公里的地方。13 点 15 分测得的回波已有改变，指出雨区距离雷达站大约只有 5~10 公里。14 点 32 分雨区已到达本站，16 点 12 分，雨已转移到本站南边去了。这样的测雨雷达就可以为制作几百公里范围里几小时内重要天气预报提供依据。为了使有关单位能直接看到雷达屏幕上的天气情况，还可以把天气图像用电视摄像机拍摄下来，发送出去，使人们在电视接收机的屏幕上直接看到天气的变化。

“水利是农业的命脉”。雷达测雨的资料对大型水库的建设也是十分重要的。因为在水库上游的山区或江湖上，由于受地理条件的限制，很难设置长期固定的观测站。而雷达却能通过接收到的回波功率推知降水强度，从而粗略地计算出来某一范围内的降水总量。当我们知道了水库上游深山里的降水总量。就可以及时采取措施，避免水库蓄水不足或水位过高。

为了观测雨、云的垂直结构，在测雨雷达中还设有能指示目标距离和高度的高度显示器。用它可以了解云的厚度、云顶高度、云滴大小，含水量以及云的发展情况等等。这些资料不但对



预报天气有用，而且也有助于探索云雨发展的规律，为人工局部控制天气服务。

## 怎样利用雷达探测雷电

雷电是一种危险的天气现象。它曾经在人们的心理上播下了迷信和恐怖的种子。

我们知道，两块带电的云，因为带电的极性不同而互相吸引，当它们靠得很近或强度对比很大时，阴阳电相接近，发生放电现象，这就是闪电。同时，由于中间空气受热后，突然膨胀，引起空气的强烈震动，这种震动传到人的耳朵里，就是雷声。由于光波比声波传播速度快，所以我们总是先见到闪电后听到雷声。

如果带电的云电荷密集部分位置比较低，地面也会感应出另一种电来，感应的电多到一定程度，云和地面之间也会发生放电现象。有时即使是一块云，如果上部和下部带电的极性不同，也能发生放电现象。

此外，在大范围的冷空气和暖空气发生交锋的地区，往往有剧烈的天气变化，有时也会发生大气放电的现象。当南海或西太平洋上有台风的时候，在我国大陆上也会出现一些雷电区，而且这些雷电区的位置和台风的移动方向、登陆情况等有一定的关系。因此，探测雷电活动情况对于天气预报和天气分析也有一定的参考作用。

为了测定雷电分布的位置，可以在相距 1000 公里的地方，建立三四个远程雷电探测站，组成一个三角形或四边形观测网。以一个站为中心，各站间有同步的无线电联络设备，以保证对同一雷电进行步调一致地观测。当中心站发现强大的放电电源时，及时发现讯号，各站就立即对此放电电源进行定向。最后再用电



报汇集测得的记录，根据记录找出图上的交点，就知道了远程雷电分布的位置。

各探测站采用一种远程雷电定向仪去探测雷电的方向。这种定向仪有两个互相垂直的环形天线，一个指南北，一个指东西。两个天线接收了雷电所放射的电磁波以后，送到两路性能完全相同的放大器，放大后信号再送到电子射线管的垂直偏向板和水平偏向板上，于是射线管的荧光屏上便出现了一条亮线。这条亮线所指的方向就是雷电所在的方向。

大气放电时能发射出各种波长的电波，就好像各种波长的广播电台在工作一样。在雷电辐射的电波中，以波长等于 43 公里（频率在每秒 7000 赫兹左右）的电波辐射最强，所以接收雷电的定向仪的工作波长一般也调整在 43 公里左右的波长上。从这个意义讲，雷电定向仪就是一个超长波接收机。

探测雷电的范围，不仅有利于预报天气，还提供了有关电力输送和维护、森林防火以及无线电传播等方面所需要的宝贵资料。

## 为什么说无线监听可追求更高感受

伴随着无线话筒的出现，一种叫做无线监听的新技术产品应运而生。使用它演唱者可以在演唱的同时监听自己的歌唱效果。它与无线话筒设备一起，组成一套完整的个人立体声系统。

以前，这完全是专业演播人员才能享受到的技术产品，而现在已“飞入寻常百姓家”，只要在你的无线话筒系统中添加一副立体声耳塞和一个特别的耳承，你就可以在演唱过程中真正欣赏到自己原汁原味的声音了。

不过，添加此项功能的花费还是比较高的。



## 为什么说无线话筒 让人们自由地卡拉 OK

从前，人们对组成卡拉 OK 系统的音响配置十分重视，总是在功放、唱盘播放机上慎重考虑，却忽视了话筒这一重要组成元素。殊不知，一只好的话筒在整个系统中出占举足轻重的位置。

一套无线话筒设备由发射器、接收机、话筒和 AC 适配器等几部分组成，其中接收机通过 AC 适配器与功放相连接，位置固定，通过天线接收射频信号。发射器则由演唱者随身携带，将手持无线话筒采得的声音信号转化为射频信号发送出去。系统工作时，在发射器和接收机之间选定相同的频点，在演唱者和音响系统之间就会形成射频场。

人们印象中的无线话筒往往只是电视里舞台表演时歌星的自由挥洒，所以这一产品总是给人如隔高墙的感觉。但是，现在技术上的突破使曾经上万元的产品下降到几千元，也使无线话筒真正地走入了家庭。

由于省去了连线与接插装置，演唱时不希望出现的调制和传输噪音得到了最大限度的削减，音质更加清纯。另外，因为是利用射频采样拾音技术，人们可以通过设定不同的频点来调节话筒发音的效果，为演唱者提供更为自由的发挥空间。

## 使用语音识别技术， 能让机器人听懂人的话吗

众所周知，我们知所以能听懂别人的话，是因为从孩提时代起就反复听别人说话、继而模仿，将其声音和意思记在脑子里，当别人再讲类似的话时，通过和原先记忆中的话相比较判断，就



知道是什么意思了。

如果让机器能听懂人的话，也要经过类似人类的训练过程。人们首先找出代表语音的音素、或词音节，及其频率、幅度和随时间变化的特征，存储在机器里。而当机器人识别人的话语时，先将待识别的语音参数和机器内部的参数一一比较，找到最相近参考音，通过显示、声音等方式把识别的结果输出出来，如果没有相近的，则拒绝识别。因为机器人毕竟不能和人的“智商”相比，它所依据的只是识别人的讲话声，但人的语音是因人而异的，有急有缓，有高有低，发音的模糊性极大，令机器人难以识别。

让机器人听懂人讲的话是人类科技面临的一个难题。因为这种语音技术有广泛的应用领域，利用这种技术可将人的讲话声自动录入计算机中，自动翻译成多种国家的语言，与不同国家、民族的人进行信息交流。而在自动化控制领域中，可以用声控的方式和机器人讲话，减轻劳动强度，提高生产效率，国内外科研学者在这方面已经取得一些成就。1990年，美国某公司研制成功一种声控打字机，能听懂3万个孤立的单词，可算是语音识别系统实用化时代的到来。1991年，我国的科研学者建立了一个语音识别系统，可识别孤立音节构成的3000条汉语语句，具有较好的学习知识的能力。

人类已初步掌握了让机器人听懂人讲话的技术，将人类高度智慧的听觉能力赋予了冷冰冰的、没有感情的机器。这项技术将迅速发展，进一步实现研究语音识别技术的科学家们的更高理想！

## 你知道什么是光通信吗

世界上最早的光通信也许是原始的烽火狼烟。随着科学技术



不断迈向新领域，以激光器作为光源，以光导纤维传输媒质的光通信重现显威，担负着远距离、大容量传递信息的重任。

我们还是从激光谈起吧！

激光是一种方向性极强的单色光，可以用无线电通信的方式，把信息载在激光体上传到远方，误差极小。把一束激光投射到 40 万公里远的月球上，月亮表面受光区直径只有 3 公里左右。利用激光实现通信可以同时让 200 亿人打电话（何等可观！）。

1960 年，美国物理学家梅曼研制了第一台激光器，而人们也找到了理想的激光传输媒质——光导纤维。最早提出利用光导纤维实现通信的是美籍华人高锟博士。光导纤维是由拉得很细的高纯度石英玻璃制成，光纤外径为 125 微米，纤芯直径为 2~50 微米。1970 年美国用超纯石英玻璃为材料，制成了传输损耗很小的光纤，作为通信媒质迈出了有巨大意义的一步！光纤通信有单位时间内传输信息量大、制造光纤的材料取之不尽、体积小、重量轻、抗干扰能力强等其它通信方式望尘莫及的优点。1991 年世界铺设光缆 563 公里，横跨大西洋和太平洋的海底光缆系统已经建成。美国打算在下世纪使所有计算机用户能迅速方便地传输、处理信息，建成一条高效率的“信息高速公路”。

## 通信线路是如何发展的

通信线路是连接终端和交换设备，把电信号从一个地方传递到另一个地方的传输媒质。但是随着信息技术、终端设备和交换技术的发展，通信线路也在不断变迁。

架空明线 你注意到马路边、田野里一对对挂在电线杆上密如蛛网的电话线了吗？并且裸导线被固定在绝缘子上，而绝缘子安在横担上，横担安在电线杆上，每隔一断距离两根线还要“交叉”，即调换一下位置。这样做是为了克服串音。显然，如果一



对线在隔一段距离后对调一下位置，则感应电流大小不同，进入电话中的串音电流便互相抵消，消除串音。

**通信电缆** 世界上第一条电缆是 1850 年在英吉利海峡铺设的单芯海底电报电缆，它是由许多绝缘导线绞合在一起，成为缆芯，外面包上不受潮气和机械损害的护套而成。可分为对称电缆和同轴电缆两类。

一般的长途电信线路用的是对称电缆。它是由结构一样的导电芯线构成，而市话线路对称电缆芯是两股扭在一起，目的是为了消除串音。其芯多为铜线，导外线是绝缘的纸或其他绝缘材料。

和对称电缆不同的是，同轴电缆由许多轴管组成。且每根铜轴管的轴线上有一根铜导线，铜管和铜线之间由绝缘物质支撑。许多根同轴管绞成缆芯，其外加护层。由于铜管本身就有屏蔽作用，避免各同轴管互相串音。一条有 22 根同轴管的同轴电管，最多开通 10 万多条话路，是长途通信的主力军。

而通信线路发展的另一个里程碑是 1976 年贝尔研制的世界上第一条实用化通信光缆，将通信业推到一个新的阶段！

## 电话为什么打不通

电话是日常生活中不可缺少的通信工具。可是，有时候拿起听筒，或是只拨了一两位号码就听到“嘟、嘟”声，这种声音叫“忙音”。听到忙音，无论再怎么拨下去，电话也不会通的。

为什么会遇到忙音呢？还要从电话的接续过程说起。打电话看来很简单，其实不然，接通一个电话需要大量机器协调配合工作。当你拿起听筒时，市话局里的机器就立即做好接线准备。当你拨第一个号码时，专门负责这项工作的机器就自动寻找适当的接线位置；当你拨第二位号码的时候，又有一批机器负责这一号码的接线工作，这样一级一级地接下去，直到你拨完号码，机器



为你找到被叫用户。这期间，当无论哪一级机器全部被占用、没有空闲的为你接线时，在听筒里就会听到忙音。

目前，由于我国各项事业发展很快，对电话的需求量急剧增加，而电话的发展一时赶不上这种需要，所以，电话局里接线的机器常常应接不暇。在拨号过程中听到忙音，是对方电话机正在和另外的人讲话，需要等他讲完，你才能再打。所以无论什么时候听到忙音，就应立即停止拨号，并放回听筒。

打电话时，拿起听筒，听到一种连续的“嗡——”音（这叫拨号音），才能进行拨号。拨完号码听到一种断续的“嘟”音（响1秒，停4秒），这叫回铃音，说明对方话机正在响铃，请你等待通话。

根据统计，每天上午8~10点，下午2~4点，电话比较繁忙。而一周内，星期一和星期六比平时忙些。所以，如果不是非在某个时候必须用电话不可的话，就要尽量避开繁忙时刻，而在较为空闲时再打。这样，电话接通的可能性就大。

最近几年，我们的电话事业有较大的发展。目前，在机线紧张的情况下，就要尽量提高设备的利用率。通话要简单扼要，说完立即放下听筒。遇到忙音，也不要一而再，再而三地拨下去，这样空占机器，反而造成繁忙假象，影响整个电话网的通信。

特别是听到忙音时不要拍打电话机的叉簧。叉簧也叫座键。叉簧是自动电话机上的机械转换器件，实质上是一种由接点簧片组成的电路转换开关。当电话手机放在叉簧上时，叉簧即被压下，这时只有交流电铃接在外线上。当拿起电话手机拨号时，叉簧由于弹力作用自行升起，这时交流电铃被切断，拨号盘与外线连通。有些人听得忙音，往往着急地拍打叉簧，满以为这样做可以使电话机械复原得快一些。其实，适得其反。电话机械并不因为拍打叉簧而加速复原，反而走向反面。因为在自动电话机的用户电路里，有一只是有“快吸慢放”的继电器。它通过电流时主





立吸动，但电流中断后并不马上释放而是需要一段缓放时间（约 100 毫秒以上）。拨号时，拨号盘送出了一串串电流脉冲，但由于各脉冲之间的间隔很短（约 61 毫秒），小于断电器的缓放时间，继电器仍然保持吸动状态。倘若继电器不具有缓放特性，就将随着拨号脉冲而脉动，使电话交换机产生错误动作。快速拍打叉簧，虽然能使电话产生开断，但由于时间很短，断电器来不及释放，相应电路状态得不到迅速转换，因而照就能听到忙音。要使断电器释放，应该放回手机或用手轻轻按下叉簧等 100 多毫秒再松开，好给继电器以充分释放、复原时间。

## 什么是 IP 电话

曾几何时，越洋国际长途的惊人电话费，让多少人望而却步，失去了多少商业机会，阻碍了多少亲情的传达！很多人都曾梦想，如果能用市话价格打国际长途该多好啊！而今天一种基于 Internet 的先进通信产品 IP 电话，使人们梦想成真，并以崭新的面貌出现在网络上。

IP 是英文（Internet Protocol Phone）的缩写，顾名思义——网络电话。IP 电话是计算机技术发展带来的新型通讯手段，终究会取代一些传统的电话业务。它是通过网络传递语音的新型通讯方式，利用 Internet 上广泛的分组交换方式，传递语音的信息技术来实现通信功能。它是由微处理器、调制解调器、键盘及显示屏组成，与人们所见的电脑几乎没有明显差距。在功能上，除原有的语言通讯功能外，又有数字压缩、大屏幕液晶显示和数据接口功能，一旦拨通，可进行网上漫游、收发电子邮件及网上获取信息等，具有更强的竞争力和实用性。

而 Phone-To-phone 是 IP 电话最近才发展起来的表现形式之一，服务商在各地各城市设专用的服务器，并且申请特服号，



用户通过上网拨特服号，接入服务器。由服务器压缩语言，再通过 Internet 或其他路径传送到被叫方所在的服务器。由对方服务器通过市话网呼叫被叫方，这种服务也要付费。都要求有相应软硬件的支持。

由于 IP 电话是在 Internet 上进行的，没有专门机构的管理，所以，打 IP 电话只要交纳上网费用或数据通信费，在上网费包月的地区，用户利用 IP 电话拨打国际长途只须交纳市话费或根本不交费。在美国打 IP 电话，1.28 元/分钟，打普通长途 18.40 元/分钟，两者价格相差如此悬殊！也许正因为如此，IP 电话吸引了众多用户，可谓技高一筹。显而易见，网络电话机即将成为 Internet 上的新宠儿！

IP 电话对我们来说，不再是雾里看花，IP 电话的广泛应用，指日可待。

## 你知道电话是怎样工作的吗

电话早已普及到我们的日常生活工作中，成为现代化通讯手段中必不可少的部分。可是你知道电话是怎样工作的吗？

我们平时所用的电话是由三个主要部分组成：拨号盘、送话器、受话器。

为了让邮局知道你给什么人打电话，以便自动接通你和对方的电话，电话上有拨号盘供用户拨号使用，由于早期电话上没有拨电话号码的拨号盘、打电话是靠手摇发电机拿起手机呼叫电话局，并告诉邮局给哪一个电话号码打电话。在 20 世纪 60 年代，出现了按键式拨号盘，使用起来方便容易多了。

受话器的作用是把语音电流还原成声音，大致分为压电陶瓷片、电磁式、动圈式几种。如：电磁式受话器里面装有一块永久磁铁，上面绕着线圈，即构成电磁铁。它的工作原理和美国人们



尔发明和研制的电话机没有区别，在靠近磁铁两极，有一金属膜片，当有电话打来，电磁铁产生由于线圈中电流通过时随其大小变化的磁力，吸动金属膜片使其振动发声，它可以说是电话机的“耳朵”。是一个电—声转换器件。

而送话器可谓是电话的“嘴巴”。将讲话声音变成相应的语音电话，是一个声—电转换器件，和受话器正好相反。我们最常用的是炭精式送话器，主要由一个装满炭精的炭精盒和一个铝质振动膜片组成。当人对着振动膜讲话时，声波推动膜片振动，炭精粒随之紧密或疏松，由于其本身有一定电阻，当炭精粒松散时，电流极易通过。反之，电流不易通过。由于电流大小变化，人说话声音也变成相应的语音电流了。还有一种驻体送话器，是一种新式送话器，不用炭精粒而使用驻极体片作振动膜。它具有结构简单、体积小、重量轻等优点。

而送话器和受话器装在电话机手柄两端，合在一起构成电话机通过部分。

通过以上介绍，你知道电话怎样工作了吗？

## 买 VCD 视盘机时， 单碟机和三碟机选哪个比较好

随着人们生活水平的提高，VCD 已走入我们家庭。但是我们在选购 VCD 视盘机时，单碟机和三碟机哪个更好些？

其实，同一档次的单碟机与三碟机的播放功能以及图像和声音质量差不多，有些甚至完全一样。两者之间的差别仅仅在于机芯（机械传动）部分，三碟机比单碟机多了一个碟片转换机构，正因为如此，同档次三碟机比单碟机要高出一二百元。

但是，就使用角度而言，若播放一部 VCD 电影故事片，单碟机要更换一次碟片，所以麻烦一些。而三碟机则可在播放前一



次放入两块碟片，换片时只要摇控操作（有些机子还会自动换片）就可以了。所以对卡拉 OK 歌舞厅或者影视厅在播放电影故事片时，三碟机就要更方便一些，换片时基本上不会停顿，在此场合使用的 VCD 视盘机自然应首选三碟机。

作为家庭使用，中途停机换片自然没有多大关系，因此，买一台单碟机较实用且划算，这不仅仅是省钱的问题，而是因为单碟机比三碟机少了碟片转换机构，故障率大大低于同档次的三碟机。此外，单碟机的维修也要比三碟机简单。所以，单碟 VCD 视盘机应是家庭的首选机型。

## 目前，DVD 为什么不能快速取代 VCD

DVD 的出现可谓“山雨欲来风满楼”，电子制造业、电脑业，甚至普通的消费者都对它寄予殷切厚望。甚至在 VCD 一夜之间红遍京城时人们就知道，DVD 是一种更好的东西。人们翘首以待。而早在 1995 年 9 月美国华纳时代公司与飞利浦公司就已达成了建立 DVD 统一标准的协议，遗憾的是 DVD 并没有流行起来。

原因是到目前为止，全球 DVD 软件只有 50 多种，而 VCD 有 500 多种，两者相差悬殊，虽然 DVD 机制造商达成统一规格的协议，但各厂商的 DVD 还无法完全兼容，使 DVD 机不能迅速流行；二是 DVD 软件区域码协定尚未完成；三是 CD-R、CD-Rewritable 数据读取标准化问题；四是 DVD 目前的价格及其“成熟期”似乎未到，令消费者难以掌握其发展方向。其实这些都是不利因素。

因而，从目前看来，消费者享受 DVD 的高品质画面还为时尚早，可供选择的影碟比较少，且价格昂贵。目前国内电视很难



体现 DVD 画面分辨率高的的优越性。

时下，JVC、松下、飞利浦、索尼四大国际知名电子厂商，推出 VCD 新标准，使 VCD 的品质得到进一步改良，相对延长其生命周期。看来，买 DVD 还需要再等待一段时间。

## 为什么说影视点播 (VOD) 业务潜在市场很大

在经济发展日新月异的今天，随着信息时代的到来，人们需要新的交互式视讯服务。家庭用户可以通过指令调用库中数以万计丰富多彩的图像信息。网络按用户指令将其喜爱的节目传送到用户的办公室或住宅，影视点播 (VOD) 就是这种业务。通过它可以获取影视节目、社会服务、电视购物等影视服务，而且可以对节目实现编辑与处理，使用 VOD 如同在商店买录相带看节目一样方便，并且服务内容比普通录相带丰富得多。

VOD 业务之所以使用户真正接受，有如下几个比较重要的因素：

1. 节目源的丰富性。影片种类必须多和新，内容丰富多彩，且要满足不同年龄和层次的人的需要，节目更新换代比较快，跟得上市场步伐，使影迷们对新片先睹为快。
2. 提供的较高质量的视频，音频效果，使人如身临其境，因而能够自始至终保持最佳欣赏状态。
3. 因为 VOD 业务面向的是普通家庭用户，因此开户费不能太高。这项业务必须借助于国家或其它部门，利用市、长途及国际线路来完成。

目前，在百家争鸣的点播业务中，影视点播 VOD 业务是现在宽带业务中最热门的业务，可以说是“一支独秀”。因为它面向的是家庭，实现起来很简单。目前各种宽带业务的试验网也是



以 VOD 业务作为主要的支撑业务，所以说 VOD 的潜在市场很大。

## 什么是数字照相机

当你和好友聚会或是和家人漫步于湖光山色之中，流连忘返的时候，总不忘拿起照相机合个影，留下一段美好的回忆。可是，你听说过数字照相机吗？

数字照相机英文是 Digital Camera，是一种绝对令人兴奋不已的东西，它拍摄的同时不用冲晒，可以即时看到结果，并可通过电脑传送到别处。

但是过去，数字图像这个领域只是属于职业摄影师和图形设计师。而现在随着国际互联网的蓬勃发展，大多数企业都建立了自己的站点，许多用户也都有自己的网页，人们的兴趣从单纯的娱乐转向家庭影像制作、平面设计等方面。数字相机以其简易快捷的特点，成为大多数年轻人梦寐以求的潮流产品。

数字相机不像普通照相机那样，按快门将图像摄到胶卷上，用化学溶液冲洗。而是在拍摄时图像被聚焦到光电耦合器 CCD 上，通过这种光电耦合器件把图像转化为像素，就可以直接在显示器上显示图像。而无须通过化学处理，快捷、方便。正因为如此，才受到用户青睐。

但是从目前来说，数字相机并不是获得数字化图像的唯一途径。你既可先拍照，然后使 Photo CD 的设备将其写到 CD 盘中；又可先通过普通照相机拍照，再用扫描仪获得数字化图像。当然，你若不是为了追求新潮，可用一台质量稍好的普通相机和一台平板扫描仪会是比数字相机更好的选择。目前市场上数字相机价格要在 7000 元左右，而专业级要达十几万元才行，价格还是比较可观的。



## 什么是电子计算机

电子计算机是一种能自动、高速、正确地完成数值计算、数据处理、实时控制等功能的电子设备。一般来说，电子计算机可分为电子数字计算机、电子模拟计算机两大类。电子数字计算机是一种以数字形式的量值在机器内部进行运算的计算机，它处理和产生的是脉冲信号；电子模拟计算机是一种用连续变化的物理量表示被运算变量，并用电子电路构成基本运算部件的模拟计算装置，它处理和产生的是连续信号。目前大量应用的是电子数字计算机。我们习惯上说的和我们下边要说的计算机都是指电子数字计算机。

计算机按其规模还可分为巨型机、大型机、中型机、小型机和微型机等多种类型。这里所说的规模不是指计算机的设备多少或体积大小，而是指计算机的运算速度、字长、主存储器容量等几个主要性能指标。按其使用的主要元器件来划分，计算机的发展大致经历了四个阶级。即：第一代，以电子管为主要元件的电子管计算机；第二代，以晶体管为主要元件的晶体管计算机；第三代，计算机使用了集成电路；第四代，计算机使用的是大规模和超大规模集成电路。现在，计算机已进入了在技术上、概念上和功能上都不同于前四代计算机的第五代计算机的发展阶段。总之，随着计算机技术的发展，计算机的体积是越来越小，容量越来越大，功能越来越强，使用和维护越来越方便。

一台能被人们很好应用的计算机，应该是由硬件、软件和外部设备组成的计算机系统。其中，硬件是实现各种功能的物质基础，例如主机、外存储器、显示器、键盘或终端机、打印机等等。软件是指人们为了让计算机实现各种管理、计算等功能而编制的各种各样的程序。软件大致可以分为两类。一是系统软件。



计算机制造公司在生产出一套计算机硬设备的同时，必须给它配上一整套系统软件，否则，一台没有软件的裸机，用户是无法使用的。系统软件承担管理计算机系统资源、给应用软件的开发提供手段与环境等任务。另一类是应用软件。包括计算机制造公司和软件开发公司为用户提供的各种通用软件包、用户自己开发的各种应用程序等等。

打一个通俗的比喻：计算机主机好比我们的大脑，软件就像我们的思想和思想方法，而显示器、键盘、打印机便是我们的眼睛、嘴和手，是人与计算机交流的窗口。一般来说，具有相同硬设备的不同计算机系统，其功能的强弱主要取决于软件功能的强弱。就像同样健康的两个人，谁的思想敏锐、学识渊博，谁的能力就强。

## 为什么把电子计算机叫做电脑

电脑，作为电子计算机的另一名称，已广为人知。

为什么会把电子计算机称为电脑呢？这是因为电子计算机作为信息处理的工具，已经部分代替了人类大脑的功能。特别是20世纪70年代后，微处理机的出现，使电子计算机的应用越来越广泛。它不仅在传统的科学计算领域发挥越来越大的作用，而且在其它领域的应用也是大有作为的。它的足迹几乎涉及人类生活的各个领域，它能帮助人们处理办公室事务，帮助各级领导制定实施正确的决策，帮助各行各业的专家工作。许多需要人类大脑思维的工作，都可以用计算机代替。

辅助决策系统可以帮助各级领导者，实施正确的决策，使企业或地区的经济效益明显提高。另一方面各种专家智能系统，可以代替有经验的专家进行工作。如北京市中医院著名的关幼波教授的肝病治疗技术给病人治病，只需一名具有中医基础知识的一





般工作人员操作，即可为病人诊治。只需十几秒钟，就可完成对病人的医疗服务，治疗痊愈率很高。又如，现已广泛应用的电子计算机 X 光断层扫描诊断仪（CT），它利用计算机的精确计算，以 X 光做为眼睛，诊断人体各部位的疾病，可以发现直径在 10mm 左右异物，为人们方便地检查出疾病。

电子计算机下棋，已经在世界上广泛应用，计算机棋手不仅可以下棋，棋艺还很高明呢，它已经击败了许多国际象棋的特级大师。

在体育上，用计算机辅助教练员对运动员进行训练。找出运动员技术、身体素质的不足，提出训练方法，提高运动员的能力。还可以利用计算机分析对方的技术、战术特点，相应的制定我方的战术，从而赢得赛场上的胜利。80 年代，美国女排曾利用计算机训练其队员，战胜了世界冠军中国队。后来中国队又用计算机帮助分析美国队的情况，制定了相应的战术，战胜了美国队。

在人类生活的各方面都可以找到计算机辅助人脑工作的事例，从而可以看出，它已能够代替人脑的部分劳动。称其为电脑是名副其实的。

## 谁最先发明了电子计算机

今天的社会已进入了信息社会，作为信息处理工具的电子计算机已经家喻户晓，应用到日常生活的各个领域。那么电子计算机是谁发明的呢？

第 1 台电子计算机是 1946 年由美国宾夕法尼亚大学两位年轻的工程师埃克特（Eckert）和莫克莱（Mauchley）制造的。这台计算机叫 ENIAC（电子数字积分计算机），它采用了 18000 个电子管，70000 个电阻，6000 个开关，重 30 吨，占地 140 平



方米，每秒可运行 5000 次加法计算。但埃克特和莫克莱只是制造了第一台电子计算机。而最早研制自动化计算工具的是英国人查尔斯·巴贝奇（Charles Babbage, 1791—1871）。他 19 岁就学于剑桥大学，他是运筹学和企业科学处理的创始人，英国皇家学会会员。但巴贝奇毕生的精力都用于研制计算机。31 岁时研制的机械式的加法机，能够自动完成整个计算过程。后来他又设想搞一台大型自动工作的分析机，包括五部分：输入命令的穿孔卡，控制运算自动进行的控制装置，称为“工场”的运算装置和称为“仓库”的存储装置以及自动输出结果的打印装置。与今天的计算机何其相似。但由于当时的技术水平和工艺水平所限，终未能完成。巴贝奇死后 73 年（1944 年）美国哈佛大学的艾肯（Aiken）在 IBM 公司的支持下，研制了一台自动程序控制的数字计算机 MK1 号，完全是按照巴贝奇的设想制作的。但艾肯比巴贝奇幸运，他使用了继电器，但这仍不是电子计算机，只是机电式的。两年后，埃克特和莫克莱用电子管制造出了真正的电子计算机。现在，计算机已成为不可缺少的信息处理工具。

## 电子计算机的 发展经历了哪几个阶段

第一台电子计算机于 1946 年在美国制成，取名叫恩尼亚克。它是一个由 1 万 8 千多个电子管制成的庞然大物，占地面积达 140 平方米，重量有 30 多吨，耗电约 140 千瓦，它的计算速度为每秒 5 千次。

此后，电子计算机的发展十分迅速，迄今已发展了 4 代。

第一代电子计算机（1947 年～1957 年）的主要特征是采用电子管组成的基本逻辑电路，使用机器语言或者汇编语言编制程序。它主要应用于科学计算。



我国电子计算机的研制工作始于 1956 年，到 1958 年制造出我国第一台电子管计算机。它的运算速度为每秒两千次。

第二代电子计算机（1957 年～1967 年）的主要特征是采用晶体管作基本逻辑电路，同时开始使用面向过程的程序设计语言，如 ALGOL、FORTRAN、COBOL 语言等，第二代电子计算机的运算速度已提高到每秒几十万次至上百万次。它的使用范围也由科学计算扩展到数据处理、自动控制、企业管理等各方面。

我国的第一台晶体管计算机于 1967 年制成。它的运算速度是每秒 5 万次。

第三代电子计算机（1965 年～1970 年）的主要特征是采用中小规模集成电路作基本逻辑电路。所谓集成电路就是将多个晶体管和电阻元件等集中做到一块硅片上，而制成门电路、触发器等具有一定逻辑功能的电路器件。第三代电子计算机的操作系统得到发展与普及。会话语言如 BASIC 语言、APL 语言等被广泛应用。计算速度可达到每秒几百万次甚至上亿次。

我国的第一台集成电路计算机于 1970 年研制成功。

第四代电子计算机（1970 年至今）的主要特征是使用了大规模集成电路。一般把一块硅片上集成 100 个门电路以上或上千个晶体管元件以上的集成电路叫做大规模集成电路。在这一代，电子计算机的发展趋势是向两端发展，即出现了运算速度超过亿次的巨型计算机和极其灵活的微处理器及以微处理器为核心组装的微型计算机。目前，在普通中小学及家庭中使用的电子计算机就是这种微型电子计算机。

近十多年来，软件系统的飞速发展是这一代计算机的又一明显特征。高级语言、操作系统、数据库、各类应用软件的研究和应用越来越深入、完善，使计算机的应用普及到现代社会的每个领域。

我国于 1975 年开始研制大规模集成电路。亿次巨型计算机



于 1983 年研制成功。微型计算机在我国的产量成倍增长，并且推出了面向青少年和家庭的中华学习机。

## 什么是第五代电子计算机

第五代电子计算机目前还在设想和研制阶段。虽然某些国家的一些部门宣称他们研制出了第五代电子计算机，但都没有得到公认。

对第五代电子计算机有如下一些设想。

一些人按照前四代电子计算机的发展规律推断，认为第五代电子计算机将是超大规模集成电路计算机。即由集成度超过万个门或超过 10 万个元件的集成电路组装的电子计算机。

也有人认为第五代电子计算机将在结构形式的元器件上有一个较大的飞跃，即光计算机。所谓光计算机是用光学元器件取代部分电子元件做成的计算机。目前磁光记录技术得到了迅速的发展，磁光存储器不久将进入实用阶段。

生物计算机的研制工作也取得了很大的进展。目前生物计算机的研制工作正沿着两个不同的方向进行。第一种，是在传统数字式计算技术的轨道上发展起来的，其主攻方向是用某种有机物分子取代半导体元器件，因此这种生物计算机也被称作分子计算机。第二种，是设想计算机的转换开关由蛋白质（酶）来承担，这种生物计算机的运算过程实际上是蛋白质分子与周围环境相互作用的过程。生物计算机在图象识别和“感知”化学物质等方面将可能优于现在的电子计算机。

另外一些专家对第五代电子计算机主要是从功能方面提出了设想。他们认为，第五代电子计算机除了在高速度、大容量方面继续保持发展势头外，在功能方面应从以计算为主过渡到以推理、联想和学习为主，它处理的对象应从以数据为中心过渡到以



知识为中心，它的工作方式应对用户更为“友好”，用户可以使用自然语言、图像、声音等各种手段与它打交道。到那个时候“计算机”这个名词就应该改了。第五代电子计算机应该被称为知识信息处理系统。

## 为什么计算机有记忆能力

计算机有一个突出的特点，那就是它具有很强的记忆功能。它能准确可靠地“记”住大量信息，既不会记错，也不会忘记。人的记忆能力来自大脑，计算机的记忆能力是从哪儿来的呢？

计算机的记忆能力来自它的存储器。存储器是计算机的主要部件之一，它由许许多多的记忆元构成。这些记忆元——也就是存储器被分成8个一组，16个一组，32个一组或64个一组，每组称为一个存储单元，每个单元都有自己固定的编号，就像一座宾馆的摩天大楼，楼里有许多编好号的单元房间一样。根据这些编号，客人就能准确地找到自己的房间。与大楼里的走廊相对应，计算机也有自己的走廊——数据总线，需要记忆的信息通过走廊进入房间。因为每个单元的编号是唯一确定的，而且，哪一个数据进了哪一个存储单元，计算机系统都予以登记。所以，等到需要某一个数据的时候，就可以按照地址码，也就是单元编号去访问。这样，就保证不会发生弄错数据的事。此外，计算机还有一个特性：写入（也就是装进）一个存储单元的数据，进去以后就驻留在那里，只要你不第二次对这同一个单元写入不同的数据，它就会始终呆在里面，绝不会自己跑出来。因此，计算机一经“记住”的事，它就绝不会忘记。

那么，存储器是怎样记住那些信息的？换句话说，信息是怎样被装进那些存储器单元里去的？让我们先来看看存储单元是怎样构成的。存储器的每一个存储单元由若干个存储元构成，每一



个存储元可以有两种状态，即 0 状态和 1 状态。一个 8 位的存储单元，就是由 8 个这样的存储元组成，我们可以想象它是 8 个排列整齐的二级管。每一个二极管要么是通，要么是不通。如果规定通为 0，不通为 1，那么每一个二极管就可以表示一个二进制数位。这样，每一个存储单元便可以表示一个 8 位的二进制数。假如我们想要让计算机记住数字 5，用二进制写出来就是“101”。把它存放在 8 位的存储单元里便成了下面这个样子：

0	0	0	0	0	1	0	1
第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位

如果以二极管的导通表示 0，不通表示 1，那么，处于第一位和第三位的 2 个二极管为不通，其 6 个都为通的。这 8 个二极管，就记下了数字 5。同样，若要记数字 123（十进制），则是：

0	1	1	1	1	0	1	1
第八位	第七位	第六位	第五位	第四位	第三位	第二位	第一位

这样，只要我们把想要让计算机“记住”的信息用这种二进制编码表示，便可以以上述方式装入计算机。计算机存储器里类似二极管这样的存储元便“记住”了这些信息。

计算机存储器经过几十年的研究和实践，现在已发展到用集成电路集来实现。随着集成电路集成度的迅速提高，在一定的几何空间内可容纳的信息量越来越大，计算机的存储器就可以做得越来越大——只要技术条件和经济条件允许，而不必顾虑几何空间的限制。

## 为什么计算机要用二进制制

在实际生活中，人们都习惯于十进制制，这可能是因为人有十个手指。但是，我们也接触过其它的进制制，如时间，分秒是



60 进位的。在计算机中，使用的是二进位制，这是由于电路的开关只有两种可能。为了便于设计，采用二进制。所谓二进制，就是逢 2 进 1，那么它所用数字只有 0 和 1。如 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的二进制表示为 1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010。其加法，和十进位加法一样，就是要逢二进一。如  $11011 + 1011 = 100110$ 。我们看怎么样把二进制数化为十进制的数。 $10 = 1 + 1$  即是  $2^1$ ，而 100 是  $10 + 10$ ，是  $4 = 2^2$ ， $1000 = 100 + 100$  即是  $8 = 2^3$ ，因而  $1\ 000\ \cdots\ 0 = 2^n$  所以，把一个二进制数写成  $1\ 000\ \cdots\ 0$  这样数的和，化成  $2^m$  后相加，即是十进位制的数。

如  $101101 = 100000 + 1000 + 100 + 1$

十进位  $2^5 + 2^3 + 2^2 + 1 = 45$

有一个有趣的游戏。把 1 到 63 的十进位数写成二进制数，见后表。作六个表，分别标上一、二、三、四、五、六。把数放在这六个表中。怎么放？首先，把二进制数第一位是 1 的数放在第一个表中，第二位是 1 的放在第二个表中，依此类推，第六位是 1 的放在第六个表中。为什么到 63 呢？因为 63 的二进制是 111111，64 是 1000000 有七位了。我们为了简便，只取六位，作表如下

一	二	三
1 3 5 7 9 11	2 3 6 7 10	4 5 6 7 12 13
13 15 17 19 21 23	11 14 15 18 19	14 15 20 21 22
25 27 29 31	22 23 26 27 30	23 28 29 31
33 35 37 39	31 34 35 38 39	36 37 38 39 44
41 43 45 47	42 43 46 47 50	45 46 47 52
49 51 53 55 57	51 54 55 58	53 54 55 60
59 61 63	59 62 63	61 62 63



四	五	六
8 9 10 11 12	16 17 18 19	32 33 34 35
13 14 15 24 25	20 21 22 23 24	36 37 38 39
26 27 28 29 30	25 26 27 28	40 41 42 43
31 40 41 42 43	29 30 31 48	44 45 46 47
44 45 46 47 56	49 50 51 52	48 49 50 51
57 58 59 60 61	53 54 55 56	52 53 54 55
62 63	57 58 59 60	56 57 58 59
	61 62 63	60 61 62 63

你想一个小于 63 的数，告诉在哪个表中有，我就知道是什么数。如在一、三、四、六中有，按表的作法。我们知道这个数的二进制表示在第一、三、四、六位的是 1，其余都是 0，即它是  $101101 = 100000 + 1000 + 100 + 1$

十进位  $2 + 8 + 4 + 1 = 45$

这样算起来麻烦。你可以看出，上例中，取和的这四个数，正好是表中的第一个数，也就是你只要把这个数所在的表的第一个数加起来，就是这个数。

1—63 十进制与二进制对照表

1	2	3	4	5	6	7
1	10	11	100	101	110	111
8	9	10	11	12	13	14
1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110
15	16	17	18	19	20	21
1111	10000	10001	10010	10011	10100	10101
22	23	24	25	26	27	28





10110	10111	11000	11001	11010	11011	11100
29	30	31	32	33	34	35
11101	11110	11111	100000	100001	100010	100011
36	37	38	39	40	41	42
100100	100101	100110	100111	101000	101001	101010
50	51	52	53	54	55	56
110010	110011	110100	110101	110110	110111	111000
57	58	59	60	61	62	63
111001	111010	111011	111100	111101	111110	111111

## 为什么计算机要有特殊的机房

看见过计算机的人都知道，计算机一般都放置在特殊的机房里。机房里没有窗户，处于密封状态；地板、墙壁和天花板都经过特殊处理：铺着防静电的地板，贴着壁纸。机房装备有空调设备，有能在停电时负责供电的不间断电源，还有超净工作间等等。在机房工作的人都穿着白大褂、戴着白帽子，脚上穿着只能在机房里穿的拖鞋……为什么要这么特殊呢？

我们知道，计算机是一种非常精密的仪器，它对环境要求很苛刻，尤其是作为计算机主要外存设备的磁盘机。磁盘机内装着磁盘组——它是记录数据信息的载体，就像我们平常用的纸；还有多个磁头——它是记录和读取数据信息的工具：记录数据时，它是笔；读取数据时，它是眼睛。在进行读写操作时，磁头距磁盘盘面的距离一般只有几微米。要保持这样小的距离，磁头和磁



盘般面又不能接触，这就要求盘面与磁头的相对位置绝对准确，不能有丝毫偏差，盘面要绝对光洁。试想，如果有一粒直径几微米的灰尘掉在盘面上，那很可能就会磨坏磁头，划坏磁盘，造成数据丢失，系统瘫痪，损失是极其严重的，为了防止无孔不入的灰尘钻进去破坏磁盘，就必须采取一系列防尘措施，诸如密封、贴壁纸、穿白大褂、拖鞋等等，尽量减少机房里的灰尘数量。此外，温度和湿度的变化也会对计算机构成威胁，严重时会影响机器正常工作，所以必须给它装上空气调节器，以调整机房内的温度湿度，避免夏天温度过高，冬天温度过低。再者，计算机每时每刻都在运行，机内有許多运行着的活的程序和数据。如果突然停电，正在运行的程序就会被粗暴地中断，还没来得及存入外存储器的数据和程序就会丢失，这损失往往是无法估量的。为了防止这种情况发生，就要给计算机配备应急的不间断电源。当发生停电事故时，立即启动不间断电源，由它来继续向计算机供电，以便操作人员有时间处理好存储数据，保护程序等工作，避免因掉电造成重大损失。

不过，也有不需要这样特殊环境的计算机——微型计算机或个人计算机。这种微型计算机体积很小，对环境要求不高，在一般条件稍好一些的办公室里就可使用，无需专门的特殊机房。这种微型机使用方便、操作简单，不需要特殊维护。它还有一个突出的优点，就是价格便宜。由于它的这些优点，目前，微机已在各行各业得到广泛的推广和应用。

## 为什么计算机要有兼容机

稍微留心一下有关计算机的广告，就可以看到这样的字眼：本机与什么什么兼容，或本机为什么什么的兼容机。什么叫兼容？为什么有兼容机？



随着计算机的发展和推广应用，生产计算机的厂家、经营计算机的公司越来越多。由于技术实力、经济实力、市场信誉等多方面的原因，只有少数公司打开了市场。其中，IBM 公司就是占据计算机市场统治地位的大公司之一，它的用户遍及世界各地。在这种情况下，别的中、小公司想要另辟市场已经非常困难。为了求得生存，分享部分 IBM 的计算机相似的计算机产品。即是说，他们的计算机与 IBM 的产品兼容。

计算机的兼容，是指两种或多种机型的计算机主机或外设之间，不加改动或稍加改动就可以互相替换，互相连接。软件方面，在一种型号的计算机上成功运行的程序，不加修改或稍加修改便可以在它的兼容机上运行。这样，生产兼容机的公司或厂家，就可以在它们的计算机上运行与之兼容的计算机软件，而不必自己去另外开发软件。这就大大节约了开发软件的时间和昂贵的软件开发费用，把精力和财力集中在硬件生产上。这样做的结果，使一些中、小公司得以生存发展。从市场效益这个角度来说，这样做对被兼容的大公司的利益是一种侵犯；从工程技术这个角度来看，这样做使计算机科学领域的专家学者、工程技术人员可以利用已经成熟的软件系统和其他有关技术，加快新机器的研制，提高系统性能价格比。从长远来看，兼容技术将促使计算机工业向系列化、标准化的方向发展。

## 为什么计算机会干活

计算机会干活，会干很多各种各样的活。正是基于这一点，我们才逐渐实现了，并且正在继续实现着各个行业、各个领域的自动化。我们通常所说的自动化，其实就是在特定的场合用计算机代替人，让它去控制、操作本应由人来操作的机械、设备等。让我们来看看计算机是怎么干活的。



实际上，计算机本身只会按程序教给它的去“思考”，去“发号施令”，不会干活。它对机器设备的控制和操作，是通过给它配备的辅助设备来完成的。让我们举一个简单的例子来说明这个问题。比方说，水泥生产的自动化，即是用计算机来控制水泥的加工过程，让它确定什么时间应该加料，加什么料，加多少，烧结窑里的温度应该多高等等。这时候，就要给计算机配上一些“助手”，来帮助它完成任务。我们把这些助手叫做辅助设备。比方说，配上一个分析仪器，由它定时检测水泥的酸碱度、强度等分析指标，然后把结果通过与计算机之间的接口报告给计算机。计算机内运行着的专用程序接到报告后立即进行分析，看诸项指标是否合格，如不合格，便立即调整进料的配比。这种调整是计算机通过对它的另一个辅助设备——电子皮带秤发号施令来实现的。用计算机输出的脉冲信号去驱动控制接口电路，以此来调整皮带秤进料口大小，达到控制进料多少的目的。

除此之外，还需在烧结窑内装一些温度传感器，用它们来随时监测窑内温度。它们把测得的信号及时报告计算机，计算机便不断地计算、分析，看窑内温度是否合适。如果发现温度过高或过低，计算机便返回一些控制信号给影响窑温的设备，以调整窑温到合适的温度。人们正是通过类似的这样一些设备和手段，实现计算机对生产过程的控制。

一般来说，我们把前边所说的温度传感器和分析仪器这样的负责信息采集的设备，叫做一次仪表，它们负责把采来的物理信号变成电压模拟信号，然后通过二次仪表——一般是一个模/数转换器，把一次仪表送来的模拟信号转换成数值信号送给计算机，计算机处理完后再通过数/模转换器把“命令”转换成模拟量，或者输出一个开关量去控制相应的辅助设备，比如步进电机、继电器等等，以此来控制直接作用于生产过程的设备的动作。一般来说，凡是可以传感器稳定可靠地采集数据的那样一



些过程，都可以用计算机柄上相应的辅助设备，它就可以干活。关键在于辅助设备，计算机本身是不成问题的。

## 为什么计算机判卷

随着科学技术的不断发展，计算机已经越来越广泛地被应用到各个领域。用计算机来判阅考试的试卷，早已不是一件新鲜事情。可是，计算机是怎样判卷的呢？它能像老师一样，逐字逐句地批改试卷，判定孰对孰错，给出考生应得的分数吗？在回答这个问题以前，让我们先来看看用计算机判阅的试卷是什么样的。

现在国际上有一种通用的考试方法，这种考试方法就是针对计算机设计的。这种试卷的试题印在试题纸上，每一道题后面有几种可能的答案，供应试者选择。答题纸是和试题纸分开的外加一张纸，答题纸上印着试题的题号，每个题号后是一定数量的排列整齐的小空心圆圈或椭圆，空心圆圈或椭圆里有它们各自的标号 A、B、C、D……或 1、2、3、4……像这样：

1、A B C D

2、A B C D

3、A B C D

4、A B C D

试题纸上每道题后有多少种可供选择的答案，答题纸上相应的题号后就有多少个小空心圆。在每道题后边的可供选择的答案中，只有一个是正确答案。应试者要做的事就是把这唯一的正确答案找出来，然后在答题纸上找到那个相应的圆圈并把它涂黑。例如，试题纸上的第 3 题是：

3. 一年级一班原来有 30 个同学。新学期开学时，又来了 5 个。现在一年级一班一共有多少个同学？

A、30 个                  B、35 个



C、25个                  D、40个

做这道题时，先读题，然后计算：原来有30个，又来5个， $30+5=35$ 个，现在一共有35个同学。A、B、C、D4个答案中，显然B是正确的。于是在答题纸上找到题号“3”，把3题的B圈涂黑，像这样：

1. A   B   C   D

2. A   B   C   D

3. A   ●   C   D

4. A   B   C   D

以此类推。这样，当试卷做完后，答题纸上每道题上每道题号后都有一个被涂黑的圈。这样一张答题纸就可以被送到计算机的一个特殊输入装置——一般是光电输入装置上，这就是计算机的“眼睛”。这种装置一边是光源，一边是光敏元件，需要判阅的答题纸夹在中间。当“读”到某一行上的时候，因为这一行上被涂黑的圈不透光，因此，被涂黑的圈下边的光敏元件便没有信号输出。这时，机内判卷程序根据没有输出信号的光敏元件的位置，便能准确地知道是哪一个圈被涂黑了。用事先存入机内的标准答案一对照，就知道这道题做得对不对，然后记下这道题的得分。由于计算机的快速，当答题纸被读完时，判卷程序便飞快地把总分加出来，然后指挥打印机打出结果，一张试卷便判完了。

## 为什么计算机会下棋

你也许看到或听到过这样的报道，计算机与象棋大师或围棋高手对弈。在这种场合，计算机往往是胜利者。为什么计算机会下棋呢？那是因为，计算机的主人给它装备了下棋的程序。

每一个象棋或围棋大师都有自己的战术风格和棋路。把他们的成功的经验加以整理，编成程序装配到计算机上。当比赛开始



时，程序便在机内运行。由于计算机具有极其快速的思维——也就是运行特点，“面”对每一步棋局，计算机都有足够的时间查询事先存在机内的各种名家战术、棋路，看看对这种局面，大师们是怎么处理的。经过比较，选定一种走法去走这一步。这实际上是以十对一，以百对一，下棋的人只是一个，而计算机里装的却是多个人的、往往还包括与它对弈者本人的各种下法，因此计算机取胜的可能性是很大的。

和下棋的道理一样，现在，许多国家在政治、军事、经济等各个领域采用的计算机辅助决策，也是一种类似下棋程序的专家系统，这种辅助决策系统包括一系列算法、模型、数据等等，其中包括人们所掌握的历史上的一系列典型经验。人们利用了计算机的好“记性”，它的飞快的反应和动作，还有它的严格的、一丝不苟的逻辑。当面临某项重大决策时，让计算机遍查历史的经验及数据，经过分析比较，经过适当的数字模型处理，结合当前情况确定应该做出什么样的决策。做出决策之后，计算机还可以用相应的数字模型来模拟实验未来情况。如果采取这种决策，会引起什么样的反应与结果。在实验中如发现偏差或失误，便可以及时调整，直到取得满意的结果为止。有了这样的专家系统，决策者就可以变得更聪明，更全面周到，就可能尽量避免犯错误或尽量少犯错误。

## 为什么计算机会看病

不知你见没见过电脑医生？不过，计算机会给人看病，这早已不是新闻。可是，计算机为什么会看病呢？它是怎样给人看病的？

电脑医生是实现计算机辅助医疗诊断的专家系统的俗称。实际上就是应用计算机来诊断病情，并开出处方。这里，计算机所



起的作用就类似于实习大夫的作用。

目前多数计算机辅助诊断系统主要是模拟一些著名大夫的医疗经验来诊断疾病。它还没有想象力，虽然能作出诊断，但它不能解释是如何作出诊断的。这种诊断系统有用于单科单病的，也用于多科多病的；有专家系统，也有通用系统。目前，专家系统比较成熟，而通用系统尚处在试制阶段。医学专家系统在把名医诊断疾病的经验存入计算机的前提下，能模仿名医临床诊治方法和过程。像医生根据病人的症状、体征及化验资料来诊断疾病一样，电脑医生诊治病时，同样要求把就诊者的症状、体征和化验结果等输入计算机，电脑医生再将其同预先存入的名医经验相比较，然后作出判断，最后把结果打印出来，这就是处方。

用计算机诊断疾病的关键，是如何把名医的经验存入计算机。实现这个目的，目前有两大类作法。一类是根据医生诊断的基本思维过程建立各种数学模型，诸如统计数学模型、模糊数学模型等，并加以算法化，使计算机能以数学模型和统计方法为基础重复医生的思维过程。另一类是将医生的经验加以提炼，总结出若干条推理法则存入计算机。当计算机遇到具体病人时，就以此法则为基础产生出新的知识，这就是产生式系统。看来，上述两种方式的结合，可能就是未来诊断系统的方向。

## 为什么计算机会唱歌

计算机在人们的概念里是一种复杂的、快速的计算工具。当你听到计算机唱出的美妙的歌声时，也许会感到不可思议。其实这种事并不稀奇。尽管计算机的型号、规模各不相同，但它们几乎毫不例外的都能唱歌。这究竟是怎么回事呢？

我们大家都知道，声音是由物体振动空气而产生的。人能说话是因为声带振动空气，而音调高低则取决于振动的频率，即单





位时间振动的次数。频率越高，声音就越尖，反之则音调越低。如果一种频率振动持续的时间长短不一，那么，与它相应的音调的长短也就不同，这便是形成音乐节拍的基础。实际上，计算机唱歌，就是给计算机装备一个发音装置，比如扬声器，然后为它编制一套程序来控制扬声器的振动频率，每种频率振动的时间长短，以及各种频率的排列组合等。这样，计算机便可以唱歌了。近年来风靡世界的声音合成技术，不仅能产生音频，还能产生音色，从而产生了有声有色的电子音乐。

计算机音乐可采用各种形式。它不仅能模拟自然界的一切音响，如风雨交加、虎啸猿啼、莺歌燕啭，还可以奏出自然界没有的声音来，它既能模仿竖琴、单簧管、小提琴、钢琴等乐器的声音，还可以在模仿这些乐器的声音时作些奇妙的变化。这都是人所不能的。

计算机不仅能唱歌，而且能作曲。采用一种选配技术就可达到此目的。作曲家可选用自己喜爱的音调数据存在计算机里，然后，由计算机加以适当的组合并经过多次试唱和修改后，就可以作出满意的曲子来。计算机处理这类工作的速度很快，1小时可作出数百首简短的歌曲。当然，也可以借助计算机创作出十分复杂的曲子来。

## 为什么计算机能猜出你的年龄

计算机中有一个猜年龄游戏，即让计算机猜你的年龄。猜的方法是这样的：首先计算机在屏幕上显示如下两行数字：

1 11 13 5 31 27 29 15

3 17 21 7 25 23 19 9

如果你的年龄在这些数之中，你从键盘上回答“Y”。否则回答“N”。然后计算机又显示两行数：



2 10 18 6 22 15 30 26

3 11 19 7 23 31 14 27

你仍然根据你的年龄数是否在其中，从键盘上回答“Y”或“N”。如此往复，共回答5次。假如你的年龄是10岁，你五次回答的应该是：N、Y、N、Y、N。

如用“1”表示Y，“0”表示N，并从第五次开始顺序往回书写，则得到01010。它就是10的二进制数。这是巧合吗？不是，计算机第一次显示的数如果换成二进制数，其右数第一位都是1，如你回答“N”，等于告诉计算机，你的年龄的二进制数右数第一位不是1，是0。同理：第二次显示的数换成二进制数后，其右数第二位都是1。回答“Y”，又是告诉计算机你年龄的二进制数右数第二位是1。依此类推，你回答5次，就告诉了你年龄的二进制数5位分别是几。实际等于你告诉计算机你多少岁。但只能猜出年龄在31岁以内的。因为 $2^5 = 32$ 。若要猜100岁以内的年龄，则需回答7次。

二进制数不仅可以猜年龄，还可以使许多运算化简，它的应用将会越来越广泛。

## 计算机的智力会超过人吗

我们经常可以看到或听到一些这样的报道：用计算机又实现了对什么什么过程的控制；用计算机驾驶飞机、跟踪导弹、监测卫星；用计算机给学生上课、给病人看病、与棋手下棋；用计算机辅助设计、辅助制造；用计算机辅助决策等等。计算机家族里的机器人还可以代替人类去干那些危险的、不适合人类干的活，到那些危险的、人类不能去的地方去探险。如此看来，计算机既聪明又勇敢，什么都行，什么都会，具有超人的智慧和力量。况且，在计算机技术飞速发展的今天，几乎天天有新东西出现，天



天有更先进的计算机软、硬件新产品问世。照此发展下去，有一天，计算机的智力不是要超过人的智力了吗？为了找到这个问题的答案，让我们先来看看计算机的智力是从哪里来的。

实际上，一台只有硬设备的计算机，在给它配备上程序以前，只不过是一个聪明的傻瓜：反应灵敏，却不会动“脑筋”，什么也不会干。当人们想要用它干什么事时，必须把要它干的每一个极微小的步骤用编程的方法告诉计算机，用编好的程序教给它干什么，应该怎么干。如果编程的人稍微疏忽，忘记把某一个微小的细节编在程序里告诉它，它就会犯错误。因为计算机决没有能力主动发挥，去做人们没有教它做的事。比如说一个会走路的机器人。给它编制一个向前走 20 米的程序，它便严守向前走 20 米的命令。如果它站在一条不足 20 米的走廊上，即使撞了墙，它也会拼命向前走，决不会“想”到提前拐弯或停下来。只是在人们给它装上感知撞墙的传感器，并编好程序告诉它：在接到传感器撞到墙上的报告后立即拐弯。这时，它才具有撞墙以后拐弯的能力。这是计算机“笨”的一面。另一方面，由于计算机具有极高的反应速度，同时又有足够大的内存容量，还有更大的外存作为补充，它可以记忆大量信息，又可以在需要时快速反应。当人们给它装备上各种专家系统程序包时，它便成了这些方面的专家。每一种专家系统都是许多人智慧的结晶，系统里包括许多历史的经验和数据。当系统运行时，计算机凭借它的快速，迅速作出判断。它的记忆能力是人所不及的。记忆力再好的人也有记错和遗忘的时候，而计算机绝对准确无误。当这个专家系统是对抗系统时（比如下棋、打桥牌等），由于系统集多人的智慧而成，所以一个人往往不是它的对手。从这一点上说，计算机比人要“聪明”。况且它还可以装备不止一种专家系统；而一个人的精力有限，不可能样样都精通。因此，计算机又显得比人有“学问”。但这里所说的人，都是指某一特定的人。归根到底，



计算机的一切程序都是人编制的，因此它的一切聪明和学问都是人赋予的，是人类总结了自身的经验让计算机记住，并把自己的思维方式和思想方法教给计算机，让它也这样地来思考。所以，计算机的“智力”永远不会超过人类的智力。人类所具有的思维方式，它也不会有。

## 为什么会出现计算机犯罪

目前，计算机广泛地应用于社会的各个领域：政治、军事、经济、文化等等，给我们带来了巨大的效益，推动科学技术迅速发展。但是计算机系统中存贮有大量的经济、军事、政治等方面的信息，一旦计算机系统的安全出了问题，将会造成极大的政治、经济损失，甚至危害到国家的安全。

计算机应用的迅速发展，要求计算机信息系统具备综合性的安全控制功能。由于各种条件和技术方面的限制，我们对计算机的应用还没有一个安全完善的使用环境。还会不时地发生自然灾害、人为破坏、违反操作规程、计算机病毒侵入、计算机犯罪等各种危害。据报道：美国的计算机犯罪率以每年 400% 的速度增长，其危害最大，也是最难控制的。

计算机犯罪分为人为破坏计算机系统和贪污诈骗活动。持有政治立场对立或对现行制度仇恨的人，他们会以种种办法去破坏计算机系统，破坏或修改正确的数据。也有的人为了满足自己的某种欲望，有意破坏信息系统。例如 1985 年，就在我国某考区发生了一名录入员删改考生成绩单，破坏高考招生的犯罪案件。还有人经不起金钱的巨大诱惑，采用数据欺诈的方式，在系统毫无察觉的情况下，获得可观的经济收入。1987 年发生在深圳银行的盗窃案就是其中的一例：一名管理人员使用计算机窃取资料，伪造存折，从银行提取 2 万元人民币和 3 万元港币。



对计算机犯罪的预防已成为各国研究的中心课题。人们不断地加强立法保证和采取一系列技术手段来加强计算机的使用安全。

## 为什么计算机能 缩短动画片的制作周期

大家知道，电影片是摄影机以每秒 24 幅画面的速度把活动景物拍摄在电影胶片上的。这样放映出来，人眼看到的是连续的活动景物。传统动画片的每幅画面，都是由美术工作者人工绘制成的。放映一分钟的动画片就需要有 1440 幅画面，因此需要大量的人力和时间来制作动画片。

由电子计算机和图形输入输出设备所组成的计算机动画片制作系统，能缩短动画片的制作周期。它的工作原理是：首先生成制作动画片所需要的数据，即可以直接利用系统完成绘画工作，也可以把人工绘制的画面数字化后输入计算机。其次让输入计算机的画面按规定的动作以每秒 24 幅生成动画片。比如，我们把小兔的图像数据输入到计算机中，计算机就能按规定的要求。自动生成小兔在赛跑的连续画面。由于计算机工作的速度非常快，所以我们就能在很短的时间内完成一部动画片的制作。

## 为什么计算机会感染上病毒

1989 年上半年，报刊首次报道了国内发现计算机病毒的消息。时间不长，病毒席卷全国各地，对计算机系统造成了巨大的危害，引起了有关部门的重视。人们会问：“计算机为什么也会感染上病毒？”

计算机病毒是借用了生物病毒的概念。它是一种计算机程



序：能够通过某种途径侵入计算机存贮介质里，并在某种条件下开始对计算机资源进行破坏的一组程序，同时，它本身还能进行自我复制，具有极强的感染性。

目前随着计算机的普及，能够透彻了解它内部结构的人日益增多，计算机存在的缺陷和易攻击处会受到致命的攻击。一些计算机使用人员会因恶作剧或寻开心而造出病毒；一些软件公司为了保护自己的软件不被非法复制也采取了报复性的惩罚措施；一些人员为了某种目的，制造了摧毁计算机系统的病毒，这种病毒针对性强、破坏性大。目前已发现的病毒有 150 种。国内出现最多的小球病毒属于良性的，它不破坏系统和数据，只是大量占用系统空间，使机器无法正常工作而瘫痪。另一种大麻病毒则是恶性的，它破坏系统文件，造成用户数据丢失。计算机病毒最普遍的传染途径是通过软盘传染，通过计算机网络也极易传染。

为了防止病毒的侵入，首先立足于预防，完善规章制度，堵塞传染渠道。在病毒传入后，应综合分析症状尽早发现，把损失减少到最低限度，并可用相应的杀毒软件进行清除病毒工作。

## 为什么可以用“黑箱方法”了解和使用电子计算机

黑箱（Black Box 或译作黑盒、暗箱、黑匣等）是从控制论中引出的一个概念。什么是“黑箱”？黑箱就是只知其输入和输出，不知其内部结构的系统。或者说，黑箱是内部结构一时无法直接观测，只能从外部去认识的系统。

黑箱方法是我们认识事物的一种常用的方法。例如挑西瓜时，有经验的人只须用手拍一拍（输入），听听声音（输出）就可以判断是生瓜还是熟瓜。在体检时，医生借助听诊器，有时还



加上轻轻地叩打，就可以初步判断心、肺等内部器官的健康状况。随着科技的进步，许多新型电器进入了家庭，对于多数用户说来，并不需要了解这些电器的构造和工作原理，一般只需要知道怎样输入和输出就可以了。例如，用户并不一定要知道电冰箱的结构和制冷原理，他们做的事情只是打开箱门放入食品（输入）过一段时间再打开箱门取出冷冻或冷藏的食品（输出）就可以了。同样地，用户在使用录音机时，只须知道按哪个键打开带仓，装进磁带（输入），再按哪些键可以放音和调整音量、音高等（输出）就可以了。

现代的电子计算机是硬件和软件结合的复杂系统。它可以由表及里地分为若干个层次。对于一般用户来说，完全可以把电子计算机看作黑箱，也就是说，可以不了解电子计算机的结构和工作原理。一般用户往往是在应用软件的支持下使用电子计算机的，例如使用辅助教学软件、游戏软件、财物管理软件等。用户一般只需要按照软件说明书规定的方法，输入一些命令或数据，电子计算机就会对此做出响应和处理，并把结果通过荧光屏或打印机等外部设备输出给用户。至于电子计算机是怎样理解这些命令和处理这些数据的，用户完全可以不管不问。这就是用黑箱方法来了解和使用电子计算机。明确地认识到这一点，有助于消除对电子计算机的神秘感，帮助我们尽快地使用电子计算机。

但是，如果我们要进一步挖掘电子计算机的功能，让它帮助我们解决某些特殊问题，或者是从事电子计算机专业的某些工作，那当然不能满足于这样的水平，而是应该深入学习电子计算机科学了。

## 为什么有人说二进制起源于中国

德国数学家莱布尼兹是二进制的创始人。但是专家们指出，



他是在中国古老的太极八卦图的启发下才创立成功的。

1667年莱布尼兹在巴黎参观博物馆，看到了帕斯卡的一台机械计算机——加法机，引起他要创造一台乘法机的兴趣。1701年秋末，正当54岁的莱布尼兹为创造乘法机冥思苦想，无路可走的时候，他收到了一位传教士朋友从北京寄给他的“伏羲六十四卦次序图”和“伏羲六十四卦方位图”。莱布尼兹惊喜地发现：八卦中的“—”（叫做阳爻）相当于二进制中的“1”，八卦中的“--”（叫做阴爻）相当于二进制中的“0”，由坤卦经艮、坎、巽、震、离、兑到乾卦，正是由0到7八个自然数的二进制表示，是三位二进制数。六十四卦则是六位二进制数，它依次以二进制形式表示了0到63这六十四个自然数。由此，莱布尼兹创造出了二进制。

可见，我国古老的八卦学说对二进制的创立与使用做出了贡献。

二进制与八卦的关系如下：

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7
二进制	000	001	010	011	100	101	110	111
八卦符号	☷	☶	☵	☴	☳	☲	☱	☰
八卦名称	坤	艮	坎	巽	震	离	兑	乾
象征意义	地	山	水	风	雷	火	泽	天

## 什么是计算机的科学记数法

对于很大或很小的数，人们常常用科学记数法表示。例如：

4900000000

一般科学记数法记作  $4.9 \times 10^9$ 。这个数在计算机屏幕上显





示为：

4.9E+09

再如

0.0000001992

一般科学记数法记作  $1.992 \times 10^{-7}$ 。这个数在计算机屏幕上显示为：

1.992E-07

计算机科学记数法表示的数，可以按照下面的方法，将它转换成普通的记数形式：

E 后面有“+”号，小数点右移；E 后面有“-”号，小数点左移。“+”号或“-”号后面的数是几，小数点就移几位。

## 怎样让计算机输出数学用表

计算机擅长做连续的重复性的计算工作。

请看以下程序：

程序 1

```
10 REM 输出 100 以内奇数的平方表
20 FOR X=1 TO 100 STEP 2
30 PRINT X, X * X
40 NEXT X
50 END
```

这个程序运行后将输出：

1	1
3	9
5	25
7	49
...	...



```

...
97      9409
99      9801

```

程序 1 中的 20 和 40 语句行构成循环。30 语句行是循环体。

20 语句行叫循环说明语句。这个语句中定义符是

```

FOR      TO      STEP
( 从 )   ( 到 )   ( 步长 )

```

40 语句行叫循环终端语句，定义符是 NEXT ( 下一个 )

用日常语言叙述程序 1 循环语句的意思是：变量 X 从 1 到 100 这个范围中变化，每次增加一个步长值 2。

具体执行过程是：

X 取初值 1——执行循环体，即执行 30 语句行，显示 1 和 1 的平方——执行 40 语句行，“下一个 X”即  $X \leftarrow X + 2$ ，X 在原值上增加一个步长值，这时 X 的值变为 3。判断 X 是否超出了循环说明语句规定的范围，即 X 的当前值大于 100 吗？如果大于 100，即结束循环执行下面的语句，否则输出 3 和 3 的平方——第 2 次执行 40 语句，X 增值为 5，判断 X 是否超出范围……

如此反复运行，当 X 增值为 99，并输出 99 和 99 的平方后，再次执行 40 语句行，X 增值为 101，101 超出了原规定的范围，循环就结束了。程序 1 稍加变化即可输出其它类型或其它数值范围的数学用表。下面给出两例，有兴趣的读者不妨试试看。

程序 2

```

10  REM 输出 0.001 至 0.999 的立方表
20  FOR X=0.001 TO 0.999 STEP 0.001
30  PRINT X, X * X * X
40  NEXT X
50  END

```

程序 3



```
10 REM 输出 100——200 之间自然数的算术平方根
20 FOR X=100 TO 200
30 PRINT X, SQR ( X )
40 NEXT X
50 END
```

说明：

(1) 当步长值为 1 时，“STEP 1”可以省略不写。

(2) SQR ( X ) 是  $\sqrt{X}$  的 BASIC 表达式。同学们以后将学到它的意义和用法。

## 怎样让计算机输出乘法口诀表

循环中还可以套着循环，这叫循环嵌套，也叫多重循环。下面是一个二重循环的程序，它的功能是输出乘法口诀表。

```
10 REM 输出乘法口诀表
20 FOR A=1 TO 9
30 FOR B=1 TO 9
40 PRINT A ; " * "; B ; " = "; A * B
50 NEXT B
60 NEXT A
70 END
```

运行这个程序将显示出：

1 \* 1 = 1    1 \* 2 = 2    1 \* 3 = 3

.....

9 \* 7 = 63    9 \* 8 = 72    9 \* 9 = 81

在这个程序中，20—60 语句行构成外循环，循环变量是 A。

30—50 语句行构成内循环，循环变量是 B。整个内循环是外循环的循环体。



40 语句行逐个输出乘法口诀，其中 \* 号和 = 号要用双引号括起。

程序的执行顺序是：首先执行 20 语句行，A 取值 1，然后执行内循环。变量 B 从 1 到 9 循环 9 遍，显示出  $1 * 1 = 1$ 、 $1 * 2 = 2$  到  $1 * 9 = 9$ 。再执行 60 语句行，A 增值为 2，再次执行内循环，B 又从 1 到 9 循环 9 遍，显示出  $2 * 1 = 1$ 、 $2 * 2 = 4$  到  $2 * 9 = 18$ 。这样在外循环和内循环的控制下，40 语句行一共要执行 81 遍，显示出 81 条乘法口诀。

## 怎样让计算机出算术题

计算机的主要功能之一是帮助人们做计算工作。可是执行下面的程序，你会发现计算机不做题了，反而出题让你做，你如果做错了，它还不答应，必须做对了，才允许你做下面的题。它每次给你出 10 道题，做错一次扣 10 分，最后给出你的得分。

程序

```
10 REM 做算术题
20 S=100
30 FOR I=1 TO 10
40 A=INT(RND(1)*100)
50 B=INT(RND(1)*100)
60 PRINT I;" )", A;" + "; B;" = ";
70 INPUT X
80 IF X=A+B THEN PRINT" 对!":GOTO 110
90 S=S-10:PRINT" 错了，重做!"
100 GOTO 60
110 NEXT I
120 PRINT" 你得了";S;" 分。"
```



130 END

本程序中 40 和 50 语句行产生两个 100 以内的随机整数，分别赋给 A 和 B。A 和 B 是计算机出的加法题中的两个加数。那么，计算机是怎样产生我们所需要的某个范围内的整数呢？这要先搞清楚两个函数。

### 1. 随机数函数 RND (X)

这个函数的作用是产生一个大于 0 小于 1 的随机数。例如，可能产生 0.8532，也可能产生 0.2963517。到底产生一个什么样的小数，谁也说不准。产生的数同 RND (X) 中 X 的值无关，一般写 RND (1)。

### 2. 取整函数 INT (X)

如果不考虑负数，INT (X) 的功能就是取整，也就是取出带小数中的整数部分。例如：

$$\text{INT}(4.87) = 4$$

$$\text{INT}(57.96) = 57$$

这样，我们再来看 40 语句行是怎样产生一个 100 以内随机整数的。

假定 RND (1) 产生一个随机小数 0.63217，乘以 100 后得 63.217，再经过取整函数取整得到 63。将 63 赋给 A，A 是 63。

同样的，在 50 语句行假定 RND (1) 产生一个随机小数 0.042976，乘以 100 后得 4.2976，取整后得 4，变量 B 被赋值为 4。

于是，计算机就会出这样一道算术题：

$$63 + 4 =$$

如果要求计算机只出两位数（10—99）的加法题，那么，40 和 50 语句行中的表达式应改写成：

$$\text{INT}(\text{RND}(1) * 90) + 10$$

想一想，为什么这样写就能满足要求。



上面这个程序可以很容易地改成出减法题或乘法题，请读者想一想应该改哪些地方，怎样改。

## 为什么能跟计算机玩“剪刀，钉锤，布”的游戏

很多人都会玩“剪刀钉锤布”的游戏，可要让计算机跟我们玩这个游戏，那就不是一种简单的事情了。

首先，我们分析一下剪刀（伸出中指和食指表示）、钉锤（用拳头表示）、布（平伸五指表示）之间是怎样比较输赢的。钉锤可以砸坏剪刀，所以钉锤赢剪刀；剪刀可以把布剪碎，所以剪刀赢布；布可以包起钉锤，使钉锤失去原有的威力，所以布赢钉锤。由于这个游戏我们玩得太熟了，所以谁也没有每次都去思考这个比较过程。但是，三种手势之间的输赢判断的确是根据它们所代表的物品的功能决定的。

要让现代的电子计算机像我们人脑一样进行上面的思考并做出输赢判断，几乎是不可能的。那么，怎样做才能让计算机跟我们玩这个游戏呢？首先要做的事情是建立数学模型。所谓建立数学模型，就是把本来不是数学的问题转化成数学问题。

“剪刀钉锤布”游戏的数学模型可以这样建立：

分别用1、2、3三个数代表剪刀、钉锤、布三件物品或代表它们的手势。用其中任意两个数的差代表相应的两个手势比较的结果。



人(R) 机(J)	剪刀 1	钉锤 2	布 3
剪刀 1	0 平	-1 输	-2 赢
钉锤 2	1 赢	0 平	-1 输
布 3	2 输	1 赢	0 平

$$R-J = \begin{cases} 2 \\ 1 \longrightarrow \text{赢} \\ 0 \longrightarrow \text{平} \\ -1 \longrightarrow \text{输} \\ -2 \end{cases}$$

“剪刀钉锤布”输赢比较数学模型图

有了这个数学模型，编程序就容易了。

```

10 REM 剪刀钉锤布
20 A$ = "剪刀": B$ = "钉锤": C$ = "布"
30 PRINT "人", "计算机"
35 PRINT " = "
40 S=0
50 FOR I=1 TO 10
60 X=INT(RND(1)*3)+1
70 IF X=1 THEN J$ = A$: GOTO 100
80 IF X=2 THEN J$ = B$: GOTO 100

```



```
90  J$ = C$
100 INPUT Y
105 IF Y<>1 AND Y<>2 AND Y<>3 THEN PRINT
“错了，重做！”：GOTO 100
110 IF Y=1 THEN PRINT A$ , J$ : GOTO 140
120 IF Y=2 THEN PRINT B$ , J$ : GOTO 140
130 PRINT C$ , J$
140 IF Y - X = 0 THEN PRINT “平！”：S = S + 5 : GOTO
170
150 IF Y - X = 1 OR Y - X = - 2 THEN PRINT “你赢
了！”：S = S + 10 : GOTO 170
160 PRINT “你输了，哈哈！”
170 NEXT I
180 PRINT
190 PRINT “你得了”；S；“分”
200 END
```

本程序中的 60 语句行使用随机数函数和取整函数每次产生 1、2、3 之中的一个数，用这个来模拟剪刀、钉锤、布。

100 语句行键盘输入 Y 值。要求玩游戏的人随意敲入 1、2、3 之中的一个数，分别表示出剪刀、钉锤或布。

105 语句行对人键入的数进行检查，如果不符合要求（不是 1、2、3 中的某个数）则要求重新键入。

140—160 语句行判断输赢，赢了加 10 分，平了加 5 分，输了不加分。

50—170 语句行为一循环，共循环 10 次。

最后在 190 语句行给出得分。

在本程序中使用了字符串变量，如 A\$、B\$、C\$、J\$。字符串变量名是在简单变量名后面加一个“\$”号。字符串变量





中存的是字符，可以使用 PRINT 语句输出字符串变量的“值”，也就是输出该字符串变量中存的字符串。

## 为什么说电脑是设计师

随着电子计算机功能的不断提高，许多大工厂开始使用计算机进行图纸设计。这就结束了传统设计人员趴在桌子上人工绘图的历史，用电脑代替人手，设计起来事半功倍。

为什么电子计算机设计优于人工设计呢？

设计离不开计算，由于计算繁琐使设计时间拖得很长，且人工计算有时得不到精确数据，工程质量难以保障。而使用电子计算机进行设计，可以提高计算速度和精确度，能对一种产品的多种方案进行分析比较，选择出最优方案，使设计质量有很大程度的提高。

计算机设计工程还有一个优点，它可以及时发现存在的隐患。有一个大型水坝，坝体有裂缝，这是非常危险的。是什么原因造成的呢？工程人员用电子计算机进行计算分析，不但找出造成裂缝的原因，还发现这个水坝有第二道裂缝。

电子计算机的发展，使得用计算机设计愈来愈方便。设计人员先把各种资料储存在计算机内，在具体设计时，设计人员只需将草图用光笔输入到计算机里，计算机进行快速分析计算，然后将计算结果、设计图形在荧光屏上显示出来。设计人员可以直接从屏幕上看到自己设计的楼房，设计人员不仅可以向使用方显示楼房外部结构，还可以让楼房旋转，全方位地观察楼房。使用方有什么不清楚的地方，设计人员用光笔当场修改，并自动绘出更标准图纸，让使用方满意。

时下时装设计也使用计算机了。当服装的外形、各部分的形状在计算机屏幕上显示出来以后，服装设计师用光笔在屏幕上可



任意修改。服装的颜色，可以任意搭配、几何图案可以任意修改和移动，一切都满意后，一套精美的时装设计图便由电子计算机自动绘出。

电脑设计技术是工程师和设计师飞翔在理想境界的一双奇妙的翅膀！

## 为什么说电子计算机是绘画大师

提起动画片，青少年朋友并不陌生，《机器猫》、《米老鼠和唐老鸭》、《大闹天宫》都深受少年儿童的欢迎。动画片虽然十分好看，但是制作动画片却很难。过去制作动画片全靠手工绘画，先在纸上画出底稿，再用胶片复制图形，上好颜色。10分钟的动画片，光底稿摞在一起就有半人高，要好几个人画上一两个月，费时又费力。

有了电子计算机，动画片的制作发生了革命性的变化。电子计算机代替人工绘制动画片，提高了工作效率，缩短了制作时间，使绘制人员从繁重的劳动中解放出来。

计算机绘画，只要把画好的图像输入计算机，它就可以按你的要求填上颜色。如果要表现唐老鸭从左到右，不需要把每一个动作都画出来，只要把开始的动作和结束的动作画出来输进计算机，计算机自动绘出中间所有的过程，省时省力又形象逼真。

晚上看电视，你会发现“中央电视台”这几个字的片头画，很有立体感。这种立体效应是一般动画片达不到的，它是电子计算机三维立体绘画，它要将数十万种色彩与多边形巧妙地结合，是计算机色彩学的最新成就。它用途非常广泛，已在电影、广告、工程设计、科学研究中占有一席之地并且大显身手。

电子计算机绘画在幼儿园里也有用武之地。幼儿园的小朋友，身穿小白褂，整整齐齐坐在电子计算机房，对着一台台电子



计算机进行“无笔绘画”。一双双小手像小鸡啄米般地按动着键盘，机器猫、大军舰、小雪人、高房子在孩子们熟练的指令下渐具雏形。屏幕上的画不能用橡皮擦，必须用字母和数字转换，小朋友“画”起来特别专心，特别带劲。

## 电子计算机有哪些基本组成部分

数字电子计算机种类繁多、功能差别也很大，但它们都属于冯·诺依曼型计算机。它们硬件的基本组成是相似的。

电子计算机的硬件主要由控制器、运算器、存储器、输入设备和输出设备组成。

控制器是统一指挥和控制计算机各部件的中央机构。它从存储器顺序地取出指令，安排操作顺序，并向各部件发出相应的命令，使它们按部就班地执行程序所规定的任务。

运算器能够接收数据，并对数据进行算术运算或逻辑运算。在微型电子计算机中，控制器和运算器通常做在一块集成电路块上，叫做中央处理机（简称 CPU）。

存储器（内存）一般分为两种：一种是只读存储器（简称 ROM），另一种是随机存储器（简称 RAM）。存放在只读存储器中的信息主要是操作系统、某些语言的编译或解释程序、其它服务程序等。这些信息是永久性的，一般只能读出不能修改，断电以后也不会被破坏。存放在随机存储器中的信息主要是用户的程序或数据，既可以读出也可以存入或改写。断电后随机存储器中的信息将丢失。

输入设备是指那将数据、信息转换成计算机可以接受的代码的设备。输入设备包括键盘、读卡机、光学字符识别机、图形输入机、光笔、手写汉字输入板等，也可以用磁带、磁盘进行输入。



输出设备是指将计算机处理完的信息代码转换成人们可以接受的形式和设备。输出设备包括显示器、打印机、绘图机、喇叭（声音输出）等，也可以通过磁带、磁盘进行输出。

## 电子计算机的基本功能是什么

电子计算机的应用已经普及到了社会的各个领域。它的处理能力达到惊人的高超程度。例如，控制登月舱在月球表面着陆，为数十万名乘客预订机票，做数亿人的人口普查统计工作，帮助学生完成各门功课、还能跟你玩各种有趣的游戏。但是任何一个计算机系统，无论规模大小如何、都只能完成少数几种基本操作。这些操作是：

- 一、算术运算：例如加、减、乘、除。
- 二、逻辑运算：例如确定一个数是否大于另一个数。
- 三、输入、输出操作：例如数据的存储和传送。

虽然这些操作看起来很简单，而且功能也不强，但由于计算机系统的准确而又快速的操作能力，再加上计算机工作者设计出了许多聪明的“算法”，使得计算机的能力得以充分地发挥。

计算机工作者使用计算机处理复杂问题的一个基本方法是“分而治之”，也叫“分治法”。

任何一个复杂的问题，都可以分解为若干个小问题。或者说，任何一项大的复杂的工作都可以分解成若干个计算机的基本操作。这样一来，一个不太复杂的四则运算题可能要转换为成千上万次计算机的基本操作。但是计算机的操作速度惊人，几万甚至几十万、几百万的基本操作，也是瞬间即可完成。所以，计算机的基本操作能力虽然简单，但是在人的指挥下，却发挥着巨大的威力。



## 什么是鼠标

你在使用计算机时，肯定会用到鼠标。别看其形状灵巧，但事实上，鼠标被认为是新一代用户图形界面中的关键技术！如果在 Windows 下工作离开了鼠标只使键盘要麻烦得多！

鼠标的历史无据可考，但一般认为是斯坦福大学与施乐公司 PARC 中心共同发明的。后被微软公司大量用于其 Microsoft Words 中，这种技术在当时引起了轰动。由于鼠标的外形很像一只憨态可掬的胖老鼠，而它的又细又长的尾巴就是与计算机的连线，故得此雅号。

鼠标按键数分类，有两键和三键之分，目前市场上大多数鼠标采用 PC Mouse 与 MS Mouse 二合一式的，其中 MS 指 Microsoft Mouse 而 PC 指 IBM PC Mouse。

它按制造原理分为机械式与光电式等几种，机械鼠标底部装有一个圆球，移动时，球滚动将其信号传给计算机。光电鼠标是一组 LED 及传感器（Sensor）来获得鼠标移动信息。需要在鼠标滑动板上移动才行，价格比较贵。目前最普遍的还是机械式的。若按连接线可分为串行和总线两种。

鼠标已经与计算机使用相辅相承，密不可分。我们无法想象没有鼠标的日子。你知道吗？现在一些公司别出心裁为小孩子设计了一种小巧鼠标，小得可以放在小孩子手中，外形看起来很像一只小老鼠。

## 使用磁盘和磁盘 驱动器应注意哪些事项

计算机主机中的存储器，叫内存存储器，简称内存。由于内存



的两个缺点：①容量有限；②断电后，用户的程序和数据不再保存，所以一般要使用外存储器。在中华学习机上使用比较广泛而且十分方便的外存储器是 5.25 英寸的软磁盘。

软磁盘的形状很像密纹唱片，是一种用塑料制成的圆形薄片，表面涂有一层磁性物质。它通过驱动器的磁头对其表面进行磁化来存入信息，或通过电磁感应读出信息。软磁盘封装在一个方形保护套中。这个保护套不得拆开，否则磁盘报废。

使用磁盘时应注意：

一、磁盘不能受重压，不可弯折，不要用笔在磁盘上写画。使用后及时放回纸带内，并放入磁盘盒中。

二、要保持磁盘清洁，避免水、油污和灰尘污染。不能用手或其它的物件触摸暴露在磁头读写孔的磁盘部分。

三、磁盘应保存在干燥处，避免阳光直射，避开磁场干扰，否则磁盘上的信息可能丢失。

读写磁盘上的信息，要通过磁盘驱动器，使用驱动器应注意：

一、驱动器要轻拿轻放，避免剧烈震动。不要在驱动器工作时移动驱动器，更不能在未断电的情况下插拉或拔下驱动器与主机相接的带状电缆。

二、放入盘片时，把磁盘有标签的一面朝上，用右手拇指和食指夹在永久标签处，将有读写孔的一边先插入驱动器，用拇指轻轻推入，直到盘片全部进入驱动器后，轻轻关好驱动器的门。

三、不要在驱动器转动和亮灯情况下打开驱动器的门，取出或插入磁盘。

四、驱动器应远离强磁场，并注意保持室内清洁。工作完毕，应该用防尘罩将驱动器盖好。



## 怎样查看磁盘文件目录

每块磁盘上可存储很多信息，这些信息可以是程序、数据，也可以是文字资料。它们都被组织成文件，并给每部分信息起个名字。磁盘上所有文件的名字、类型、长度等信息，集中放在一起，这就是磁盘文件的目录。我们可以用 CATALOG 命令查看这个目录。

键入命令：CATALOG

屏幕显示如下（形式相似，具体内容可能不同）：

DISK VOLUME 254

* A	006	HELLO
* I	018	ANIMALS
* T	003	APPLE PROMS
* I	017	BIORHYTHM
* B	010	BOOT B

第一行显示的是磁盘的盘号。目录的每一行代表一个文件。下面，我们自右至左，解释显示中每一栏的含意。

最右的一栏表示文件的名字。文件名字显示的字符数不多于 30，DOS 将截掉 30 个字符以外的字符。文件名必须以字母开头，除逗号“，”以外的任何字符都可以作为文件名。

文件名字左边一栏表示该文件在磁盘中所占的区段数。一般区段数越大，表示文件越长。如 HELLO 程序，在磁盘上占 6 个区段。每个区段有 256 个字节。一块软盘共有 496 个区段可供用户使用。



右数第三栏是文件类型的标志。DOS 允许的文件类型主要有四种：

APPLESOFT 程序（浮点 BASIC）文件类型标志为 A；

INTBASIC 程序（整数 BASIC）文件类型标志为 I；

汇编程序或内存映射文件 文件类型标志为 B；

字符文件 文件类型标志为 T。

显示中第一栏表示文件的锁定状态。若有 \* 号，表示该行文件已被锁定，不能随意删除或更改名字。若无 \* 号，表示该文件没被锁。

若磁盘上文件个数太多，CATALOG 命令将首先给出 18 个程序名。如果你想看磁盘上其余程序的名字时，可以按除 RESET、CTRL、SHIFT 键以外的任何一个健。

## 怎样复制一个系统主盘

DOS3.3 系统主盘是一个特殊的盘，它除包含操作系统 DOS3.3 以外，还有说明 DOS 能力的程序以及一些很有用的程序。一般在我们正式工作之前，应复制一个系统主盘，供今后使用，而将厂家提供给你的系统主盘保存好。把它放在不受热，不受压，也没有磁性物质的地方，以做备用。系统盘上名字为 COPYA 的程序就可以用来复制一个盘。假如你只有一个驱动器，复制整个软盘的命令和步骤如下：

1. 把系统主盘插入驱动器，关上门，引导 DOS

2. 输入命令：

RUN COPYA

按 RETURN 键，屏幕上出现一些信息。

接着再按三次 RETURN 键，拷贝程序将接收一些默认的参数，如：





ORIGINAL SLOT: 6 源盘所在的外设插座号。

当屏幕上出现提问复制盘的驱动器号

DRIVE: DEFAULT = 时, 若用一个驱动器拷贝就键入 1  
(若用 2 个驱动器拷贝, 键入 2), 则屏幕上将出现以下信息:

PRESS 'RETURN' KEY TO BEGIN COPY

按 RETURN 键拷贝开始。

程序首先指示你装上源盘, 读信息; 再用复制盘替换出源盘, 把信息写上去, 重复进行这两步工作直到整个源盘被复制完为止。

如果有两个磁盘驱动器, 就简单得多了, 也快多了。把存贮有要复制的信息的磁盘插入 1 号驱动器。把新磁盘插入 2 号驱动器。注意千万不要颠倒了次序! 否则会后悔莫及。然后按 RETURN 键, 其余的事计算机全包了。

要防止实际上把空白磁盘上的“内容”复制到有信息的磁盘上, 这样的话, 全部信息就丢失了。把磁盘盒中附带的有保护片贴在存贮有要复制的信息的磁盘的小凹口上。这可以阻止计算机向这个磁盘写入任何信息。

复制完后, 可用 CATALOG 命令列出新复制软盘上的文件目录, 以检查拷贝是否成功。其显示应该和系统主盘文件目录相同。你也可以关掉计算机, 重新启动, 用新复制的软盘引导操作系统, 一般是能成功的。

## 怎样格式化新盘片

厂家生产的磁盘适应各种型号的计算机用。一张刚买来的新磁盘不能立即用作存取盘, 要先对这张盘进行格式化工作(也称初始化)。



中华学习机磁盘初始化的步骤如下：

一、将 DOS3.3 系统主盘插入 1 号驱动器，然后打开主机开关（也可在开机情况下，键入 PR#6 启动 DOS3.3 系统）。

二、引导 DOS 成功后，从键盘驱动器中取出系统主盘，换上一个空白盘。

三、键入 NEW，抹掉内存中原有的程序。建立一个新的“问候”程序，下面是一个简单的问候程序的例子：

```
10 REM HELLO
20 PRINT "XUE XI PAN "
30 PRINT "NO.001 "
40 PRINT "GUO YING "
50 PRINT "08/13/91 "
60 END
```

四、键入 RUN，运行这个“问候”程序。屏幕上将显示 PRINT 语句中引号内的字符，以检查程序的正确与否。

五、键入 INIT HELLO

当你按入 RETURN 键时，软盘将旋转起来，并不时发出轻微的“啪啪”声，一分钟后，初始化工作完成，屏幕上将显示 BASIC 的提示符。

六、等驱动器上的灯熄灭后，可以取出软盘，并做上标记。这样你只要一看到它，就可以知道它不再是空的了。

磁盘被初始化后，就可以用它引导 DOS 或在它上面存储信息了。这时你就可以试着用刚刚初始化的盘引导 DOS，而且引导后，你将看到 HELLO 程序的 PRINT 语句中的信息。这时你可以确信这个软盘已被正确的初始化了。从现在开始，可以用这个盘存储你编制的程序了。

INIT 命令将抹去磁盘上原有的所有程序，建立一个新写入的“问候”程序。因此，当你只想删除磁盘上的一部分文件时，



不能使用 INIT 命令。

## 怎样把 BASIC 程序存在磁盘上

要把程序存到磁盘上，在输入程序之前，必须引导过 DOS。

键入 NEW 命令，删去内存中可能存在的程序，然后输入你的程序。例如，你编了如下的程序：

```
10 REM STAR
20 PRINT " * ";
30 GOTO 20
```

运行这个程序，可以出现满屏幕的“ \* ”。用 CTRL+C（即按着 CTRL 键不放手，再按 C 键，然后同时放开），将程序停下来。

可以将这个程序取名为 STAR（星），键入：

```
SAVE STAR
```

按回车键后，可以看到磁盘驱动器上的小红灯亮了，表示磁盘操作系统正在把这个程序“写”到磁盘上。当屏幕上再次出现提示符时，表示存盘工作已完成。这时你可以用 CATALOG 命令检查磁盘文件目录中是否已经有了“STAR”这个文件名。

SAVE 命令复制了内存中的程序到盘上，内存中的程序仍然存在。SAVE 命令中，文件名是不可少的。如果忘记输入文件名，机器会误认为你想将程序存入磁带机。这时又没有连接磁带机，于是出现“死机”现象。碰到这种情况，只好按 CTRL-RESET 键，强迫系统复位。

同一个程序，可用不同的文件名存在盘上。这样做相当于多存了几个内存程序的副本。不同的程序，使用已经用过的名字，则同名的原程序将消失，在这个文件名下，存储了新输入的程序内容。



## 怎样读入和运行 磁盘上的 BASIC 程序

存在磁盘上的程序，有些是能自动运行的，例如 HELLO 程序，只要启动 DOS，HELLO 程序就跟着运行。多数程序不能自动运行，需要用命令调入内存。

将一个 BASIC 程序从磁盘上“读”到内存中，使用 LOAD 命令。具体做法是：

1. 已经引导过 DOS

2. 将存有该程序（例如程序 STAR）的磁盘放在驱动器中，关上驱动器的门。

3. 键入：

LOAD STAR

按回车键后，驱动器上的小红灯亮了，表明磁盘操作系统正在把磁盘上的“STAR”程序“读入”内存。当屏幕上再次出现提示符时，“读”盘结束，这时，你可以用 LIST 命令查看程序，或用 RUN 命令运行该程序。

LOAD 命令是用新“读”入的程序替代内存中原有程序的。因此，一旦装入新程序，内存中原有的程序就被清除掉了。

如果要直接运行磁盘上的 BASIC 程序，也可以使用 RUN 命令。只是 RUN 后面必须写上该程序的名字。例如键入

RUN STAR

按回车键后，你可以看到驱动器工作片刻后，屏幕上立刻出现了“满天星”。实际上，带有文件名的 RUN 命令是先完成 LOAD 命令的工作，然后即运行该程序。

不带文件名的 RUN 命令是 BASIC 命令，带有文件名的 RUN 命令是 DOS 命令，二者不可混淆。



## 什么是调制解调器

MODEM (调制解调器) 是 Modulator - De - modulator 的缩写, 其意是调制器 - 解调器合称调制解调器。它既调制又解调, 是使计算机信息能在电话网上传输而使用的信号变换器。

调制是把所有的数字信号变换为模拟信号。计算机发送的为数字信号, 所要求传输线路的频带很宽, 但在长距离通信时, 通常是采用频带为 30~3000HZ 的电话线传送。如果直接发送二进制数字信号, 经过电话线传送, 势必造成信号失真而导致发送的正确信号收不到。因此, 应采用变换技术, 将数字信号变换成小于 4KHZ 的模拟信号在电话线上进行传送。

解调是将模拟信号变换成数字信号。通过解调电脑才能接收并及时处理这些信息。

由此可见, 为使每台计算机既能发送, 又能接收, 必须由调制解调器完成此重任。

目前, 因特网正在全球逐步普及, 我国亦正在掀起因特网的热潮。每个家庭里的计算机只要在机子上插上一块调制解调器 (MODEM) 卡, 接在电话线的接口上, 便可通过电话网进入因特网的迷人世界进行 “网上冲浪”, 这是入网最简单、最经济也是最容易的好方法。

## 什么是 EDO 内存

EDO 是 Extended Data Out 的缩写, 有人称之为超负模式。EDO 内存于 1995 年开始应用于 PC 机, 目前 EDO 内存已成为 PC 上主存和显示存储器主要采用的内存器件。

计算机自诞生以来, 其心脏 CPU 的速度已有两个数量级的



增长。可是，内存的构成器件 RAM（随机存储器）——一般为动态存储器 DRAM，虽然单个芯片的容量不断扩大，但存取速度并没有太大的提高，虽然人们早就采用价格较高的 SRAM 芯片在 CPU 和内存之间增加一种缓冲设备——Cache，以缓冲两者之间速度不匹配问题，但这并不能根本解决问题，于是人们把注意力集中在 DRAM 接口（芯片收发数据的途径）上。在一个 DRAM 陈列中读取一个单元时，首先充电选择一行，然后再充电选择一列，这些充电电路在稳定之前会有一定的延时，制约了 RAM 的读写速度。

EDO 技术针对上述结构的不足，在 DRAM 的接口上增加了一些逻辑电路，由于在绝大多数情况下，要存取的数据在 RAM 中是连续的，即下一个要存取的单元位于当前单元的同一下一行上，由此可将存储器速度提高多达 30%。

另外，为了使充电电路上的脉冲信号有一定的保持时间，EDO 还在 RAM 输出端增加了一组“门槛”电路，它可将充电线上的数据保持住，直到 CPU 可靠地读走。

## 什么是传输介质

传输介质，是信息传输所经过的实体或空间。常用的传输介质有同轴电缆、双绞线和光纤三种。

同轴电缆，由内外两个导体组成。内导体为单根较粗的导线或多股的细铜线；外导体是圆筒形铜箔或细铜线编织的网。两者之间由绝缘的填充物支持以保持同轴。同轴电缆最外面由黑色的塑料绝缘层所包覆。

双绞线，是一种以铁合金或铜制成的电线。为减少线之间的辐射干扰，两根绝缘导线是按规则的螺旋形绞合在一起，它能传输数字与模拟信号。



双绞线分为屏蔽双绞线和非屏蔽双绞线两种。前者常用于令牌环网，后者则多用于以太网纹 ARCNET 网。

而光纤是一种极细又能弯曲的以光纤传导的传输介质，圆柱形的光纤由纤芯、包层及护套三部分连体，它又分为两种，即单模光纤与多模光纤。

采用光缆进行点到点的连接，由于光纤传输损耗小、频带宽，每段长度比双绞线及同轴电缆长得多。光纤不受电磁干扰与噪音影响，并且具有可靠的保密性。光纤以其自己独有的优势，在最新的 ATM 技术中大显身手。

## 什么是 HotJava 浏览器

听说过 HotJava 浏览器吗？

HotJava 为一个功能强大且较为完美的新一代浏览器。它不但能编制动态的应用软件，而且还可编制完整的成套桌面应用软件，并具有高度的灵活性及可扩充性，能在 Internet 上下载 JavaApplet，在本地计算机上运行。

新版本 HotJava 为开发商提供了更好的在 Internet 上发布应用程序的界面，使用户在 Internet 上看到一个更加充满活力及动感的全新世界，让用户领略 Java 语言的强大功能。

HotJava 不仅具有独立于平台运行的特点，还拥有动态型及动态协议处理机制，集速度快、稳定性好、能移植等优点于一身，安全保障性能极佳。用户还可通过 Internet 网络免费得到 HotJava 软件，用户可将其安装在自己的计算机上，它将竭诚为您服务。



## 什么是闪速存储器

听说过闪速存储器吗？近年来发展很快的新型半导体存储器是闪速存储器（Flash Memory）。它的特长是在不加电的情况下，能长期保持存储的信息。

闪速存储器在存取速度上和普通的 DRAM 及 SRAM 不相上下，但是后两种在断电后信息会马上丢失，而闪速存储器只要不加一个高电压擦除，信息就可一直保存下去。这一特点使得它可用来替代只读存储器 ROM。如果与可擦除芯片 EPROM 相比，闪速存储器信息改写快，只要加高电压，它就像“魔术大师”一样，在瞬间即可改写信息，而 EPROM 则需长时间用紫外线照射才可擦除原有信息。因此，PC 机和其它的智能电子产品已越来越倾向于采用闪速存储器存放信息。

有的主板设计者采用闪速存储器作半导体固态盘，用来存放 DOS 操作系统引导文件等。而像防病毒卡这样的需要不断升级的产品，也采用闪速存储器存放查杀病毒的程序及数据，以便用户软件随时升级。

在其它智能化的电子产品中，如蜂窝电话、应答机、数字式照相机等，也都采用闪速存储器存放需长期保存而又需方便改写的信息。

## 为什么有的芯片 叫 Pentium，有的又叫 586 呢

Intel 公司生产的 CPU 系列从 4004、8008、8080、8086、8088，到后来比较知名的 286、386、486，皆以数字命名，其它一些 CPU 生产的厂商生产的与 Intel 产品兼容的 CPU 亦以这些





数字命名，使其鱼龙混杂，这使 Intel 公司大为不满，但当它要将这些编号注册为商标时却遭到了拒绝，原因是数字不能作商标。

所以，当 Intel 公司生产出了我们认为应当是 586 的芯片时，就为它起了一个比较特殊的名字——Pentium（中文译作“奔腾”），并且深入人心，在拉丁语里仍然是“5”的意思，并对其进行了注册。其它微处理器厂商生产的这一级别的 CPU 就叫 586。

Pentium 下一代产品是 Pentium Pro，再后面是推出的，是带 MMX 技术的 Pentium II（代号 Klamath）。有些带 MMX 技术的同档次芯片叫 K6 Cyrix 的叫 M6，现在 Pentium III 在市面上业已推出。

芯片的命名没有什么规律可循了，所以我们不能像以往那样单纯根据名称就可以判断出芯片的性能了。

## 如何在 Windows 9.X 中设置调制解调器

当你兴致勃勃地抱一只“猫”回家，如何在 windows 9.X 中设置它呢？你可以按如下步骤来进行：

一、执行 Windows 9.X，单击“开始”，选择“设置”中“控制面板”命令，出现控制面板窗口，在调制解调器上双击鼠标左键。

二、则出现“安装新的调制解调器”画面，如果你还未安装过调制解调器，则出现安装向导，给予提示。并试着检查调制解调器，但仍必须已经将调制解调器连上，而且电源已经打开，然后按“下一步”按钮。

三、经过一段时间，Windows 9.X 会告知它检测的“猫”的



类型，如果与你所购买类型相同，则按“下一步”按钮，如果型号不对，按“更改”按钮，继续进行安装工作。

四、在厂商窗口中找出“猫”制造厂商，在右边找出“猫”的型号，用鼠标选取之后按“确定”按钮，如果 Windows 9.X 不支持你买的“猫”，则选“标准调制解调器”选项。并选适当的传输速率，例如：28800bps，然后按“确定”按钮。

五、如果没问题按“下一步”按钮，如果你第一次安装“猫”，Windows 9.X 会询问你的位置信息。先选“中国”接着选城市，如：淮阴，在区号位置输入（0517）然后按“下一步”按钮。

六、最后，出现调制解调器安装完成画面，请按“完成”按钮即可。

## 为什么调制解调器又叫“猫”

大家都知道上网需要调制解调器，调制解调器的英文是 Modem。是由单词 modulate（调制）和 demodulate（解调）两个单词合并而成，即是调制器和解调器的合称，我们俗称为“猫”。

为什么这么称呼呢？

原来它还跟速度有关。调制解调器的传播速度用一秒钟内通过电话线传输的信息位数来表示，即 bps，人们又称为波特率。速率越高，通信时占用电话线路的时间越短。通常低于 14.4kbps 的速率称为低速“猫”，而高于 14.4kbps 的称其为高速“猫”。当然，其速率每隔几年，标准会上升一次，近来这个间隔越来越短，我们经常用到的有 28.8kbps、33.6kbps 和 56kbps 等几种。

调制解调器还具有传真功能，配上传真软件可以很快地收发传真，从而代替传真机。



目前，Internet 网已经热遍全球，上网成为一种时尚。你可以抱一只“猫”回家，连到 Internet 网上，可以很快地欣赏其包罗万象的信息，人文、经济、天文、地理、军事等一切知识可以手到擒来；很快地与世界各地的网友聊天、下棋，这种只见其“话”，而不见其“人”的谈话方式，是多么令人兴奋！可以节省许多时间，省去盼信的烦恼；观看远方的比赛，聆听时事新闻又是多么令人惬意！

因此说，有了调制调解器，世界不再遥远，一切都近在咫尺，可以说是“天涯若比邻”了！

## 什么叫路由器

为了把信息从一个网络发送到另一个网络，信息必须路由（route）到可靠的路径。此路由（route）是由路由器提供的，它是内置或外置的计算机硬件设备。

路由器（Router）又叫选径器，是在网络中用来管理报文传送路径的设备，即在网络层实现互连的设备。它的存在可减轻主机系统对路由管理的负担，能提高路由管理效率。路由器分本地路由器（Local Router）与远程路由器（Remote Router）两种。前者提供的安全级别比网桥高，而后者是使地理位置分离的局域网进行通信，与媒介毫无牵连，对网络有更大的控制权。路由器比网桥复杂，能支持更为复杂的网络，也具有更大的灵活性。

路由器具有更强的异种网互连能力，连接对象有局域网和广域网。由于其性能近年来大为提高，价格与网桥不相上下，所以在局域网互联中备受青睐。

对于为数不多的 LAN，采用网桥连接甚是有效，而对于数目众多的 LAN 互连，或者把 LAN 与广域网（WAN）互连时，则路由器便具有更强的互连功能，因此路由器在建立企业网时，



是一个很重要的设备。

## 什么是计算机软件

说到计算机软件，你肯定会想起微软公司（Microsoft），及其总裁，如今美国首富比尔·盖茨（Bill Gates），正如谈到港台流行歌曲，你会想到四大天王，谈到足球会想到巴西球王贝利一样。比尔·盖茨于 1975 年创建了微软（Microsoft）公司。

那么，什么是软件呢，软件是指装入计算机的程序及其文档，分为操作系统和应用软件。而操作系统是软件的核心，任何程序都通过操作系统来操作其硬件功能。应用软件是指具有绘图、制表、图形、图像处理、文字处理专项功能的软件。每一个软件都有一个名字，比如比较知名的 DOS（磁盘操作系统）、北大方正排版软件、WPS、中文之星、Windows 等。

目前最常用是微软公司推出的 Windows 操作系统，其可视化窗口及友好界面给计算机用户带来巨大冲击。你可用鼠标按那些可视图标和按钮，Windows 将指示你下一步操作，而不必像在 DOS 操作系统中那样记住许多繁琐的命令。你使用上一段时间，会对它们倍感亲切，使用起来更加得心应手了！

微软公司开发的 DOS 是 1981 年给 IBM 公司的 IBM PC 写的一个操作系统。七易其版，拥有上亿的用户，获得巨额利润。微软公司新开发出的 Windows，为其又获得滚滚财源。Windows 风靡全球，已变成一种潮流和趋势。

## 为什么计算机要有软件

我们知道，计算机硬件是指计算机的主机、外存储器、终端、键盘、打印机等看得见、摸得着的设备。那么，计算机软件



是什么？为什么计算机要有软件？

软件又叫软设备，它和硬件一样，是计算机的重要组成部分。它是用于计算机上的各种类型的程序和有关资料的总称。它通常依附在硬设备上，例如存放在内、外存储器里。之所以把它称为“软”件，是因为它比硬件更抽象、更灵活，有很大的弹性或适应性。它和计算机硬件的关系，有点像珠算中的算盘和口诀。如果用人来比方，硬件好比人的躯体，软件则是人所具有的知识 and 学问。要使计算机发挥作用，软件和硬件两者缺一不可。

早期的计算机，只有硬件，没有软件。每次计算，都要由人工编好程序。由于程序的表示方式和人们常用的数学语言相差甚远，所以编写程序要占去很多的人力。而且每执行一个程序，机器便被该程序独占，因此工作效率很低。后来，人们发现可以创造一些较为通用的语言来和机器对话，于是逐渐形成了一些面向所要解决的问题的程序设计语言，即高级语言，这就是最早期的软件。此后，这种高级语言得到扩大和完善，向产品的形式过渡，这时开始“软件”的提法。为了提高计算机自身管理的能力，人们又给它配上高级管理程序，这就是操作系统。在计算机日益广泛应用的今天，面向应用对象编写的程序也越来越多。现在谈到计算机系统，绝不仅仅是指它的硬件，而必须同时指机器本身和它所配备的各类软件。

现在，人们把软件分为两大类。一类叫做系统软件，它是同机器出厂时一起配备好，作为机器的一个重要组成部分出售的。其中包括操作系统、语言编译系统、服务性程序等。它们用于计算机内部的管理、维护、控制与运行、程序翻译、编译等方面。不管干什么事情，只要用机器，都要调用系统软件。另一类是应用软件，包括各种各样的面向实际问题的程序。其中，一部分是通用化和商品化了的，称为软件包，或叫应用程序包。如计算机辅助设计，各类数据库，情报检索系统，医疗诊断系统等等。



## 为什么说软件是计算机的灵魂

计算机做的任何事情，无论是科学计算、工程设计、行政管理、还是跟你玩游戏，统统是在程序指挥下进行的。程序对于计算机，就像乐谱对于钢琴，棋谱对于棋一样重要。它代表了计算机的智慧和灵魂，它是所谓软件的核心部分。没有软件的计算机就像没有思想的人，只能是一堆废物。

人们通常把软件分成两大类。专门应用于某个实际领域的软件称为应用软件。例如，帮助老师教学和学生学习的计算机辅助教学软件，处理各类行政事物的管理应用软件（工资报表人事档案、饭店经营等等），能同你玩各种游戏的软件。各种应用软件数以千万计，已经渗透到人类生活的各个领域。

另一类软件叫系统软件。它不是只应用于某个专门领域，而是面向所有用户。用户只能通过这个媒介去使用应用软件。因此它具有特殊的重要性。在系统软件中，最重要的有两类。第一类是高级语言及其编译程序。在计算机上运行的应用程序一般是用高级语言编写的。但计算机除了它本身的机器语言外，并不认识其它任何语言。必须通过“翻译”——它也是一种软件，把别的语言翻译成机器语言，计算机才能执行。替汇编语言当“翻译”的叫汇编程序。替高级语言当翻译的叫编译程序。此外，还有一种翻译软件，它不是把用高级语言写的整个程序翻译成机器指令后再执行，而是一边翻译，一边执行。这种翻译软件叫解释程序。BASIC 语言的翻译程序就是解释程序。

另一类重要的系统软件叫操作系统。它是计算机的大管家，指挥着计算机系统自己管理自己。

现在，当人们谈到计算机系统时，总是指计算机硬件和软件



的综合体。计算机越发展，软件的作用就越突出。这是因为计算机的生命在于应用，要应用就必须有软件。

## 为什么计算机要有程序设计语言

我们知道，要使计算机按人的意图运行，就必须使计算机懂得人的意图，接受人的命令。人要和机器交换信息，就必须解决一个语言问题。为此，人们给计算机设计了一种特殊语言，这就是程序设计语言。程序设计语言是一种形式语言。语言和基本单位是语句，而语句又是由确定的字符串和一些用来组织它们成为有确定意义的组合规则所组成。

程序设计语言是人们根据实际问题的需要而设计的。目前可以分为三大类：一是机器语言。它是用计算机的机器指令表达的语言；二是汇编语言。它是用一些能反映指令功能的助记符表达的语言；三是高级语言。它是独立于机器、接近于人们使用习惯的语言。

在计算机科学发展的早期阶段，一般只能用机器指令来编写程序，这就是机器语言。由于机器语言直接用机器指令编写程序，无论是指令还是数据，都须得用二进制数码表示，给程序编制者带来了很多麻烦，需要耗费大量的时间和精力。为了解决这个问题，使程序既能简便地编制，又易于修改和维护，于是出现了程序设计语言。程序设计语言一般分为低级语言和高级语言。低级语言较接近机器语言，它是用由英文字母的助记符代替指令编码，用英文字母和阿拉伯数字组成的十六进制数代替二进制数，从而避免了过去用来表示指令、地址和数据的令人烦恼的二进制数码问题。典型的低级语言是汇编语言。正因为汇编语言是低级语言，所以它对机器依赖性较大。不同的机器有不同的指令



系统，所以，不同的机器都有不同的汇编语言。

高级语言则是独立于指令系统而存在的程序设计语言，它比较接近人类的自然语言。用高级语言编写程序，可大大缩短程序编写的周期。高级语言比汇编语言和机器语言简便、直观、易学，且便于修改和推广。

目前，世界上已有许多各种各样的程序设计语言。由于计算机本身只认识它自己的机器指令，所以对每个程序设计语言都要编制编译程序或解释程序。编译程序、解释程序是人和计算机之间的翻译，它负责把程序员用高级语言编写的程序翻译成机器指令。这样，计算机才能认识这程序，这程序才可以上机运行。

由于不同的程序设计语言有不同应用范围，至今还没有一种程序设计语言能把所有应用包含在内。现在广为应用的几种语言中，FORTRAN 侧重科学计算，BASIC 善于人机对话，PASCAL 着重结构设计，COBOL 长于报表处理。

## 为什么要学习电子计算机的语言

人们交流思想、传递信息要使用语言这个工具。我们要让计算机为我们工作，也必须同计算机交流信息，同样有个语言工具问题。学习使用电子计算机，主要的就是学习电子计算机的语言。

电子计算机语言分三类：

①机器语言：它是用二进制数 0、1 的不同排列来传递信息，是目前的电子计算机唯一能直接接受的语言。这种语言程序难编、难读、难记、难改，但却能充分发挥机器的作用。

②符号语言：它是以符号化的码子代替二进制码。

符号语言比机器语言容易记忆，但仍难编、难读。对于初学





者和一般使用计算机的人，可以不必学习机器语言和符号语言。

③高级语言：这种语言比较接近人们的自然语言和数学语言，比较直观、易编、易读，而且通用性强。

高级语言的出现（五十年代末），极大地促进了计算机的发展和普及，有人说这是“惊人的成就”。

电子计算机并不能直接识别高级语言，而是必须将高级语言“解释”成机器语言才能接受，所以使用高级语言会使计算机的运行速度降低几倍甚至十几倍。但这是我们有时不得不付出的代价。

目前国内外的高级语言种类很多，它们的特点和适用范围各不相同。适合青少年学习的高级语言有 BASIC 和 LOGO。

## 什么是 DOS，怎样引导 DOS

DOS 是磁盘操作系统（DISK OPERATION SYSTEM）三个英文单词的字头。磁盘操作系统是个管理程序，其功能主要是管理存储在磁盘上的信息，并协调计算机内外存储之间信息的传递。

不同型号的微型电子计算机有不同的磁盘操作系统。如 PC—DOS、CC—DOS 适用于 IBM—PC 机及其兼容机，苹果 DOS（APPLE—DOS）适用于苹果机和中华学习机。苹果 DOS 也有不同的版本。

DOS3.3 存储的磁盘上，只有将它装入内存，才可以使用操作系统的命令。这个过程称为 DOS 的引导或自举。

引导 DOS 的方法主要有两种：

一、开机引导，如果尚未开机，先把装有 DOS 的磁盘放入驱动器（如果有多个驱动器，应放入一号驱动器），关好驱动器



的门，然后顺序打开显示器和主机电源。

二、BASIC 状态下的命令引导。如果主机电源已开，但尚未引导过 DOS，则可以在 BASIC 提示符后键入。

PR#S

并按回车键。

其中，S 是驱动卡所在的扩充槽号，一般是 6。

如果一切正常，使用上述两种方法中的任何一种，都可以见到驱动器指示灯亮，并可以听见驱动器中电动机带动磁盘转动的声音。约 10 几秒钟后，驱动器停转，指示灯熄灭，并在屏幕上出现提示信息：

DOS VERSION3.3      04/15/80

PG—065 STANDARD SYSTEM MASTER

这表示 DOS3.3 已装入内存，以后不仅可以使用 BASIC 命令，也可以使用 DOS 命令进行磁盘操作了。

## 还有哪些常用 DOS 命令

除了前面几个题目中介绍的 DOS 基本命令，以下一些 DOS 命令也是经常用到的。

### 1.DELETE

格式：DELETE 文件名

功能：从磁盘上删除该文件名指定的文件。

说明：执行 DELETE 命令后，该文件名将从磁盘目录中被删除。该文件也不易恢复。所以使用此命令应小心，不可大意删除掉有用的文件。为了防止误操作而删除有用的文件，可将这些文件用 LOCK 命令加锁。

如果 DELETE 命令指定的文件在磁盘上不存在，屏幕将显



示：

FILE NOT FOUND (文件未找到)

如果磁盘上贴有写保护，则显示：

WRITE PROTECTED (写保护)

如果指定的文件名被加锁，则显示：

FILE LOCKED (文件被加锁了)

## 2. LOCK

格式：LOCK 文件名

功能：给指定的文件加锁。

说明：对被加锁的文件，不能进行删除或写入信息。在磁盘目录中，凡是已加锁的文件，其文件类型前面有 \* 号做为标记。

## 3 UNLOCK

格式：UNLOCK 文件名

功能：把被加锁的文件的锁消去。

说明：当需要删除或重写一个被加锁的文件时，可以用此命令将锁消去。

## 4. RENAME

格式：RENAME 文件名 1，文件名 2

功能：将磁盘上的原名为文件名 1 的文件改名为文件名 2。

说明：RENAME 命令不检查所使用的新文件名是否在同一张磁盘上已经用过了，因此有可能由于使用 RENAME 命令造成一张磁盘上有同名文件。应避免发生这种情况。

## 5. VERIFY

格式：VERIFY 文件名

功能：检查指定的文件是否遭到破坏。如果没有发现错误，就不输出任何信息，而是出现正在使用着的语言的提示符。如果发现错误则显示：

I/O ERROR (输入/输出 错误)



还有一些 DOS 命令，由于初学者一般用不到，这里就不介绍了。

## Java 语言是什么样的程序结构

你也许知道汇编语言、Basic 语言、C 语言，你听说过 Java 语言吗？其实 Java 语言是新开发的面向对象的新一代程序设计语言，是一种开发工具，非常适用于 Internet 上的应用软件开发，已成为 Internet 程序设计的主要语言，深受人们的青睐。

Java 语言的源代码，是由一个或多个编译单元所组成，而每个编译单元只能包含与注释除外的如下内容：

- (1) 引入语句。
- (2) 一个程序包语句 (Package statement)。
- (3) 界的声明。
- (4) 类的声明。

Java 的源程序代码被编译后，即产生 Java 字节代码，它是由一些不依赖计算机的指令所组成，而这些指令又能被 Java 的运行系统有效解释。

在当前的 Java 使用中，每个编译单元均是一个以 .Java 为扩展名的文件，因此开发者大可放心使用。

## 什么是“千年虫”

2000 年即将来临，在全世界迎接新世纪的期盼中也伴随着忧虑，那就是计算机系统的 2000 年问题。

由于计算机的内存有限，当初设计时计算机专家们将日期中的年份用两位数字来表示，如：1977 年 11 月 5 日表示为：11/



05/77，计算机会将年份中的两位数自动认为是  $19 \times \times$  年，由于年数只保留了两位，2000 年以后，年份将无法正确表示。计算机会将  $20 \times \times$  年，误认为  $19 \times \times$ ，从而引起一系列的错误。由于这一问题像虫子一样隐藏在浩如烟海的信息控制处理系统之中，所以又将其戏称为“千年虫”。

由于计算机被广泛地运用到人们日常生活、学习、工作等各个领域，针对各类具体应用又编写了大量的应用程序。所以“千年虫”隐藏在信息技术应用的各个角落。随着 2000 年的到来，计算机日期上的错误很可能引起银行业务出错、电厂控制系统失灵、供水系统中断、电梯停开等一系列社会混乱，这个问题如果解决不好，会产生很多负面影响。也许到 2000 年 1 月 1 日，你银行帐户上的存款变为负数、股票帐户上的股票会不翼而飞……越是信息技术应用广泛的地区，行业造成的损失越严重，将会给人们的生活造成不可估计的影响……

面对这只挡在新世纪门口的“魔虫”，人类正在采取紧急措施，1998 年 10 月 21 日美国总统克林顿签署预算案将 34 亿美元紧急经费专项用于解决政府计算机系统中的 2000 年问题。我国政府也很重视这一问题，1998 年 8 月 26 日，受国务院委托，信息产业部召开全国计算机 2000 年问题电视电话会议，对各行业解决“千年虫”问题进行统一步署。

我们期待着新世纪钟声敲响之前，困扰人类的这一问题会得到圆满解决！

## 你知道形形色色的电脑病毒吗

“电脑病毒”并不是真的病毒，而是人为编制的计算机程序。是一条或一组指令，长短不一。长的有几万字节，而短的也有几



百字节，对电脑进行破坏干扰其正常工作，改变甚至全部清除计算机的存储内容，致计算机于死地！

自 1986 年发现第一种电脑病毒 CBRAIN 以来，目前世界上存在的电脑病毒已达 5000 余种，并且每月以几十种的速度递增。我国自 1989 年首次发现“电脑病毒”至今已有 50 多种在全国蔓延。当前流行广、传染力最强、危害性最大的电脑病毒主要有：

小球：源于意大利，发作时屏幕上出现无数跳动的小球，使数据杂乱无章。

快乐的星期天：在台湾首次发现，当用户在星期天使用电脑时，会出现“今天是星期天，为什么你还这样拼命工作？”字样，使原数据大量丢失。

笑脸病毒：1991 年在加拿大首次发现，每当下午 4—5 点之间，发作时在屏幕上出现一个笑脸并同时自白：“常常的想，现在的我，就在你身边露出笑脸……”笑脸越积越多，让操作者无法工作。

变色病毒：发作时打出自白：“严格地讲我不是一只病毒，但是由于我的存在，却使千千万万的病毒兄弟们有了保护伞，在我的掩护之下使他们在每一次感染时都会有一个不同的面貌，从而轻易躲过查毒软件的追踪，令他们束手无措，叫苦连天”。此病毒是一种典型的隐藏病毒，害处极大，却无处寻找。

幽灵病毒：最早产于美国，是一种隐蔽性极强的电脑病毒，发作时每种病毒可变化出 6 万至 4000 亿个形态，像幽灵一样无处不在，近来在江苏省发现的“卡死脖病毒”就是一种“幽灵”病毒，每年 4 月 1 日发作，在瞬间将破坏电脑内所有文件，导致电脑瘫痪。

虽然现在的杀毒软件越来越多，功能越来越强，而随之电脑病毒也越来越隐蔽，危害越来越大。并且种类繁多，不胜枚举。所以广大用户在使用电脑时，应加强对软件的管理，特别是在借



用软件拷贝时要注意杀毒。严禁使用电脑玩游戏，因为此类软盘使用者多，极易染上病毒。在网上下载时要注意杀毒，只有防患于未然，才能确保万无一失。总之对付电脑病毒以防为主，以杀为辅，软硬互补，标本兼治，以达到防止病毒影响和破坏其电脑系统的目的。

## 为什么要发展因特网

早在 60 年代，美国的计算机不但开始用于生产、科研，而且还用于国防领域。于是产生了“阿帕网”(ARPANET)。后来又分为军用和民用两部分，并使用了“网络协议”(IP)。因特网便是建立在此基础上的，也由此而得名。

因特网为人们提供了全新、多样的通信交流手段。目前全世界的因特网用户已达 1 亿，网络已经进入个人通信、教育、新闻、娱乐与商业等诸多领域。其中电子邮件是目前一种普及的个人通信方式，也是因特网用户使用最多的功能。因特网对于科研、新闻、教育及医疗等领域最大的贡献是实现了资源共享，包括信息资源、计算机的运算能力资源与存储能力资源。正是基于因特网这一突出特点，方使这几个领域网络化最早、最快。据统计，因特网用户的年增长率在 15%~20% 之间。

因特网的迅速普及蓬勃发展，已成为新的商业热点。目前网络商业总额已突破了 100 亿美元，到 2001 年可望达到 2200 亿美元。国际互联网 Internet，是未来信息高速公路的雏形及试验场。近年来，Internet 的用户数量呈爆炸性地增长，连入 Internet 的计算机不止千万，可见其规模之大。



## Internet 有什么特点

Internet 是使用公共语言进行通讯的全球计算机网络，其含义是国际互联网络。它类似国际电话系统——无人拥有或控制整个系统，而以大型网络的工作方式进行连接。在因特网络上，WWW 可为用户查看文档提供一个图形化且易进入的界面，这些文档及其之间的链接，组成了信息“网”，WWW 上的文件或页面是相连的。通过单击特定的文本或图像链接其它页面，称为超级连接。页面包含有文本、图像、声音及动画等内容。将这些页面置于世界任何地方的计算机上，就可通过因特网在世界范围内访问它。

Internet 具有以下特点：

(1) Internet 用户与应用程序，不需了解硬件连接的细节，可为用户隐藏网间网的低层节点。

(2) 能通过中间网络收发数据与信息。

(3) 网间网中所有计算机，可共享一个全局的标识符，即名字或地址集合。

(4) 不必指定网络互连的拓扑结构，特别是在增加新网时，不要求全互连，亦不要求严格星形连接。

(5) 用户界面独立于网络，就是说建立通信与传送数据的一系列操作，与低层网络技术及信宿机是无关的。

总之，Internet 网，在逻辑上是统一的、独立的，在物理上则由不同的网络互连而成。所以它的用户是不关心网络的连接，而只关心网间所提供的丰富资源。





## Internet 上有哪些音乐网址

你是音乐爱好者吗？你是一个歌迷吗？你是某个歌星的“发烧友”吗？你知道如何快速欣赏到某些歌星的最新力作吗？告诉你吧，到网上去找。那么如何从众多站点中“浪里淘沙”，找出你喜爱的乐曲呢？还是看下面的介绍吧！

(1) 音乐中介目录。它是一个很优秀的网点，指向艺术家、标签、乐器、评论、音乐唱片目录、抒情作品、无线电台、演唱、节目、音乐学校及正在进行的研究、档案与图书馆。网址：<http://www.timine.com>

(2) “发烧”音乐档案。此网点拥有最好的图形及热按钮，是下载音乐片断或浏览最新乐队演出的好地方。网址：<http://www.iuma.com>

(3) Internet 音乐商店。该音乐商店有 10 万多种 CD、磁带及录像带，无论是浏览或购买均很方便。网址：<http://cd-now.com>

(4) 古典音乐世界。此主页包含有大量可下载的音频与视频片段，一个大型 CD 目录和一本“古典音乐初学指南”。网址：<http://classicalmus.com>

(5) 乡村音乐。它提供了 100 首最为流行的乡村歌曲和西部歌曲、“乡村音乐迷”主页、音乐会评论及著名艺术家演出的片断，还有音乐迷俱乐部。网址：<http://galaxy.einet.net/EINet/statt/wayne/country/country.html>

(6) 联机音响效果音乐商店。无论喜欢古代或当代的艺术家，均会向用户提供合适的链接，通过一系列链接提供音乐会信息、磁带目录、咖啡屋、俱乐部及无线电广播等信息。网址：



<http://web.cgrg.ohio-state.edu/fdkbook>

“心动不如行动”，赶快去网上下载你喜欢的音乐吧！

## 怎样进行入网登录

入网登录是整个工作站连接到网络过程中的最后一个过程。鉴于网络提供的是对网络服务的共享访问，就要求有一套安全系统来保护网络信息，使网络能识别用户是谁、用户使用的是什么服务、以及用户有哪些能访问或不能访问的权限等。

入网登录过程，是发生在对网络连接已初始化（LSL.LAN 驱动程序、IPXODI 与 VLM.EXE 被装载）之后，执行的基本步骤如下：

### （1）执行 LOGIN.EXE。

在执行 LOGIN.EXE 时，用户不需输入服务器名或用户名，只需输入关键字 LOGIN，系统即自动地将用户登录到默认的服务器上。

### （2）输入用户登录名。

用户登录名是 LOGIN 命令中的“用户名”，登录名是用户的网络标识，它指明了用户是网络上的何人，用户拥有何种的安全访问权限及用户登录后应做哪些事情。

### （3）若需要时，输入用户的口令。

当用户输入了登录名后，可能还要求用户输入其口令。输入口令时，口令是不在屏幕上显示的。

## 上网有哪些技巧

时下，上网是一个时髦的话题，如何快速上网，在网上尽情



浏览，实现“网上冲浪”呢？

要想在 Internet 上自由驰骋，就需要掌握一定的上网技巧：

(1) 利用搜索工具搜索。

善于利用搜索工具，是指要利用好搜索工具，这是很有讲究的。比如，在 Alta vista 的搜索窗口输入这样一个短语：time management tips（充分利用时间的技巧），其反馈结果竟达 1656780 条，如果在此短语两端加引号，结果是 169 条，可见，前者，搜索工具表明既完整地搜索了 time management tips，又分别搜索了 time management tips。

(2) 离线阅读。需要阅读大量的网上资料时，应尽量使用离线浏览器。

(3) 整理好自己的“书签”。

用户应把访问过的网址按着访问频率，从上至下地排列成菜单，删除那些极少访问的网址“书签”。

(4) “征订”网址。

“IE4.0”允许用户像订报纸杂志一样“订”网址。用户预订过的网址如果增加了新内容，会通过电子函件通知用户，这样为用户节省了大量的上网查找新信息的时间。

(5) 建立定制的起始页。

用户可以充分利用 Internet 所提供的服务，将文件夹状态、约会提示、记事本及其自己喜欢的链接、新闻组与气象网站组合成一个属于自己的主页。比如 Yahoo、Excite 与 Infoseek。

## 怎样提高访问 Internet 的速度

凡有过上网经验的人都知道，通常以拨号方式与 Internet 连网速度太慢，等待的时间往往比阅读信息的时间还长，令人焦急



却又无可奈何。如果你想提高访问 Internet 的速度，应从以下几方面着手：

### (1) 选择合适的访问站点

当软件与硬件配置相同时，首先要避免访问远距离站点；其次对于网络距离而言，不要认为国内的站点比国外的站点近，其实不然，因为国内的站点是有一条到多条的国际出口，即便物理距离仅几百米，有时所需的信息却要从用户身边到美国绕一圈方能回来。

### (2) 不能一味追求 Modem 的速度

Modem 提供了计算机在常规电话设备上的通信能力，是不可少的关键设备，起举足轻重的作用。低速的 Modem 达不到高的网络访问速度，这是毫无异议的，但这并不意味着其速度越快，访问速度亦越快，因为还要受 ISP、电话线路、网络带宽的限制。

### (3) 设置适宜的软件参数

Internet 的诸多用户，都使用 Navigator 浏览器软件来查阅网上资源，因此在设置参数时，首先要有足够大的内存缓冲区与磁盘缓冲区，其次是关闭图像文件的传送。

### (4) 利用 Cable Modem “信息高速公路”

Cable Modem，即电缆调制解调器，它由具有较高的带宽而造成具有双向功能的光缆同轴混合网来传输数据，有着极高的实用价值。

你可以通过上述方法，提高访问 Internet 的速度。

## 怎样在 Internet 上寻人

假如因某种原因与某人失去了联系时，你会想到哪些方法寻



找呢？查电话号码……你有没有想过我们也可以通过因特网予以寻找？

(1) 通过白页目录寻找。采用白页目录寻找某人时，应先与被寻找人所在单位的服务器相连，在该服务器有一系列菜单，选择 Phone Book 项，之后输入想寻找的人的姓名。当该单位确有其人，即获得结果；若无此人，则寻找无效。

(2) 在 Usenet 地址服务器上寻找。Usenet 文档的主要存储器是 rtfm、mit、edu，其上建立了一个重要的白页目录，称为 Usenet address Server，有一个程序例行的扫描交到 Usenet 的每一篇文章，其作者名字与地址均保存到数据中。只要想寻找的人，曾在 Usenet 上发表过文章，发送一封 E-mail 给 mial-Server@rtfm.mit.edu，就可查获该人的信息。

(3) 借助 Netfind 寻找。如果想寻找的人已有大概位置时，可借助 Netfind 寻找。作为一个程序的 Netfind，它能主动地搜索整个 Internet。Netfind 不但能寻找一个邮件地址及一个名称，还会尽量寻找出被寻找人的 Jinger 信息指南信息，比如：用户的标识符、人名全称等。

## 什么是防火墙

也许你经常听别人说，给计算机设了防火墙，可是你知道什么是防火墙吗？

防火墙是在内部网络（如企业内部网）与外部网络（如 Internet 网）之间，实施安全防范的系统，它属于一种访问控制机制，是用来确定哪些外部服务允许内部访问及哪些内部服务允许外部访问。

防火墙遵循“一切未被允许的即为禁止”的原则，说明防火



墙应封锁所有信息流，之后对所需提供的服务逐项开放，形成一种非常安全的环境，使网络工作井井有序。这样，只有经过仔细挑选的服务才被允许使用，而那些认为不合用户要求的服务则被拒之“墙”外。

“一切未被禁止的即为允许的”表明，防火墙应转发所有信息流，尔后逐项屏蔽可能有害的服务，构成一种更为灵活的应用环境，可为用户提供更多的服务。但在网络服务日益增多的今天，网络管理员更疲于奔命，尤其在受保护网络范围增大时，便很难提供更为可靠的安全防范。

另外，防火墙的类型有包过滤型、复合型、代理服务型、双端主机型、屏蔽主机型及加密路用器型。

## 什么是 ATM

ATM (Asynchronous Transfer Mode)，其意是异步传输方式。是用定长分组（或单元）动态分配带宽的数据传输方式。ATM 又称快速分组或单元中继，为高速联网技术，可传输声音、视频、数据及传真。它能根据网络用户动态的需要可随意互相通信。如：LAN 通信的性质是突发性的，在其突发期间，ATM 网络能动态提供更多的带宽来传输载荷。待突发结束后，带宽又可提供给其他用户。

ATM 具有数据包的长度固定不变、面向连接服务、简化协议、异步时分复用以及物理连接为可变的特点，因此说 ATM 是当代网络世界的前沿技术，是提供未来宽带 ISDN (B-ISDN) 标准的基础。

另外，要想建立 ATM 网络，应具备 ATM 交换器 (Switch) ATM 控制点 (Control - Point) ATM 网络端口



NNI、ATM 用户端口 (UNI) 以及 ATM 用户接口卡 (NIC)。

随着我国第一个 ATM 局域网——中华大厦 ATM 智能网络系统的诞生，ATM 将成为我国网络系统的一个热点。

## 怎样选择网卡

我们都知道，如果想把微机进行连网实现“网上漫游”，必须在微机中插入相应的网卡，才能实现微机与网络的连接。

那么，为构成不同的 LAN，Novell 网允许配置不同的网卡。在选择网卡时，我们要注意哪些问题呢？

(1) 网卡应能支持所采用的介质访问协议。

(2) 网卡应能支持所采用的网络拓扑结构。

(3) 网络工作站网卡应能适用于所使用的微机。

(4) 所建立的为 CSMA/CD 总线网，所连接的网络工作站使用 IBM-PC 类型微机时，应选用 NE2000 或 NE3200 网卡，也可选用 3C501 或 3C503、3C505 网卡。

(5) 欲建立星形网络拓扑结构，也可令牌传送的 ARCNET，工作站为 IBM-PC 型微机时，就应选用 RX-NET 网卡，工作站为 PS/Z 时，则选用 RX-RCT/2 网卡。

(6) 将 Macintosh 微机作为网络工作站时，应选用 NAE1000 或 NAE2000 网卡。

(7) 工作站为 PS/Z 时，应选用 NE/Z 网卡。

通过以上介绍，你知道怎样选择网卡了吗？

## 通过有线电视上网是怎么回事

通过使用计算机上网被我们每个人所接受，你知道吗？使用



有线电视也可以上网？时下，通过有线电视上网是非常热门的话题。

通过有线电视网上 Internet，即利用数据广播系统和现有的有线电视网络将数据信息以广播方式传送给用户，但只能单向传递。有线电视就相当于一个小型 Internet 提供商，帮助用户制作和编辑网站内容，让人们生活日益丰富多彩。可充分享受高速上网的乐趣，用 Internet 上网慢且价格昂贵的问题迎刃而解。

它提供如商贸信息、电子图书馆、教育类资源、VCD、MTV 等实时多媒体服务。有效地缩短人与人之间的距离。人们可以更省力、更廉价的获取大量信息，而不必担心网上垃圾污染视听，并且数据传播的速度相当快，是现有因特网的几十倍。

现已有中科院牵头、借助广电部和铁道部的光纤，首先在全国 15 个城市进行“高速因特网示范工程”的建设和运营。这无疑是通过有线电视网上 Internet 的第一仗！

随着信息化浪潮的冲击，通过有线电视网上 Internet 的脚步将会渐渐清晰，向我们展现它的无穷魅力！

## 你知道怎样办理入网手续吗

计算机早已“飞入寻常百姓家”。时下，上网成了绝对时髦的话题，当你听“网虫”们大侃特侃“逍遥网上行”的经历时，你是否也想体验一下“网上冲浪”的感受呢？

当你通过一家 ISP 进入互联网时，通常要按如下方法办理手续：

第一步：填写《入网申请表》，交纳开户费和使用费。

第二步：ISP（因特网服务供应商）向你提供的入网技术数据、电话号码、登录名称、登录口令、邮箱名称、邮箱密码、





DNS 地址、IP 地址、邮件服务器地址、新闻服务器地址等。

第三步：将以上数据根据提示正确输入到网络软件中。

万事俱备，只欠东风了，现在请你打开计算机，体会一下网络天地中耳目一新的感觉吧！

## 计算机网络有哪些种类

计算机网络按网络的地理范围来分，有局域网、城域网和广域网。

局域网（LAN），其规模较小，通信距离常限于中等规模的地理区域内，一般在 100km 以内，如一幢大楼内，一个单位内。它的传输率在 10Mbps~155Mbps，组建方便、使用灵活，如校园网、企业网均属局域网。目前最流行的 LAN 产品为 Ethernet（以太网）、Token Ring（令牌环网）及 FDDI（以光纤分布式数据接口），ATM 由于有更高的传输速率，亦正在一步步地分享该市场。

城域网（MAN），为局域网的范围扩大，可将一个或多个城市的计算机连接成一个网络，通信线路可达几十至一百多公里。

广域网（WAN）其联网范围更宽，可达几百、几千公里，甚至在全球范围内，将众多的 LAN、MAN 连接起来，组成互联网，如 Internet 便是最大的广域网。

目前，国内与广域网连接的常见方式有三种，即拨号线、专线和 X.25。用拨号线进行远程连接时，其传输率 $\leq 9.6\text{Kbps}$ 。而一般是 2.4Kbps 或 4.8Kbps。专线连接的数据传输率能提高一些。

另外广域网的传输速率，主要与 Modem 的关系较为密切。现今符合 V.34 标准的 Modem 每秒可传输 28.8K 未压缩位。IS-



DN 64Kbps 的 Modem 标准不久即将出台。

## 何谓网络互连功能

网络互连，是指将局域网络与其它系统进行连接，实现彼此通信及相互操作的能力。

局域网络与广域网互连时，是采用复杂的网络设备。若连接广域网的目的，是与广域网所连接的另一同类局域网络相通信，广域网只起通信桥梁作用，则其连接就变得简易了。

局域网络与局域网络之间进行互连时，是采用网桥设备，要求两个局域网络应运行相同的网络操作系统。这样，相互访问时不存在任何障碍，就像在同一网络之中。当两个局域网运行于不同的网络操作系统时，两个局域网互连之后，只有少数运行特殊软件的工作站才具备访问对方网络的能力，使网络互连功能大为减弱，失去了网络互连的意义。

当局域网络与诸如 IBM 的大型或小型计算机、DEC 的小型计算机之间进行通信时，其互连也要采用网关设备。在这种情况下，一般是把局域网络的工作站作为主机的仿真终端，去访问主机中的资源。在 Netware 的另一种互连中，可将运行 VMS 的 DEC 小型机，作为 Netware 的网络服务器使用。此外，通过对网络文件系统 NFS 的共同支持，Netware 与 LANmanager 均可与运行 UNDX 的主机之间实现双向通信，共享文件。

可见网络互连形式多种多样，但共同目的均是实现了彼此通信及相互操作，为工作、生活创造方便。



## 什么是家庭网络

据中国互联网络信息中心（CNNIC）统计，截止到 1998 年 12 月 31 日，我国上网用户已逾 210 万，50% 的人在单位上网，44% 的人在家中上网，充分体验“网上冲浪”的滋味，逍遥网上行。由此可见，人们对网络的需求进入新的阶段，家庭网络这颗神秘的种子已开始发芽，它必将盛开一朵绚烂的网络之花！

家庭网络是把各种家用电器及其它家用设备连在一起构成的局域网。家庭网络的步线最为重要，设计成功与否关系到整个家庭网络的智能或傻瓜程度。家庭网络一个最重要的优点是“足不出户，便知天下大事”。可以通过家庭网络这条高速的网络查询和远方的亲人、朋友、业务伙伴联系、寻找所感兴趣的信息，收听、收看新闻、广播、电视节目。有了家庭网络，给人们生活带来各种便利，你只需按一下按钮或敲一下键盘就可以将家中电器设备关上。可以将你在书房里用电脑制作的多媒体节目传到客厅的视听设备上播出。如公司召开会议，不需将与会人员召集在特定地方，人们只须在家里对着电视或电脑就能完成一些重要决策。所以时间的利用率将越来越高。

美丽的家庭网络正掀起它那神秘的面纱，款款向我们走来。早在 1992 年，比尔·盖茨就营造了一个 Digital home，其核心便是家庭网络。风乍起，吹皱一潭春水，有人预计家庭网络将会在 2002 年左右“飞入寻常百姓家”。

家庭网络并不遥远，它已经向我们展开美丽的笑容！



## 互联网上唱片公司是怎样工作的

也许在生活中，唱片公司推出的唱片令你陶醉不已，可是，你知道互联网上的唱片公司吗？

随着科技的应用，唱片业也以惊人的速度在发展，在这种情况下互联网唱片公司便应运而生了。它是利用其网址进行在线服务招募尚未签约的乐队，将他们的乐曲推销给因特网上的音乐爱好者，使那些名不见经传、默默无闻的乐队顿时“名扬全球”，一夜间便拥有数以百万计的潜在听众，成为大唱片公司有力的竞争对手。

互联网唱片公司运作的主要措施是将那些被大唱片公司未瞧在眼里的乐队置于“信息书架”上，为所有新手创作的乐曲提供消费市场。在虚拟唱片商店里，消费者可找到每个乐队的简介，每一盒专辑及每一首歌的样本。从乡村音乐到古典音乐，从老歌到流行曲，从说唱音乐到黑人福音音乐，可谓五花八门、应有尽有。

唱片公司通过 Internet 网络，轻而易举地便将自己的好歌推向世界各地，而且唱片标价也比大唱片公司低廉，故极具竞争力。

用户购买互联网上唱片公司的唱片，或与该公司做唱片生意，只要打开电脑，点一下鼠标，买卖生意便“谈”妥了。网上唱片公司使您只需按几个按钮，便可以随心所欲地“好歌首首听”了！



## 有线电视全国 联网能一蹴而就吗

直至目前，我国有 3000 多家市级以上电台，当然电视节目套数还要更多。但是我们所收看到的电视节目一般在二三十套左右，最多不过四十套，还不足总数的 1.5%。但如果将全国的有线电视联网，能收到最多达 200 套精彩的电视节目，随心所欲选择自己所喜爱节目的余地将越来越大。人们可以“足不出户，纵览天下”，这与享受网上“冲浪”有异曲同工之妙！但是却不必去支付比较高昂的上网费用。

当然，出于竞争的需要，电视台将需要不断提高制作水平，实现电视节目制作市场化。由于联网后节目将增多，必然进一步迈向“买方市场”，由用户来选择和投票其收视率。总投资达 2000 多亿的各省市有线电视独立、半独立网已经建成，现在只需花数亿元建设全国广电光纤主干网就可将全国联通。1999 年 8 月 28 日，广东省有线电视实现了全省联网，可收看到的电视节目增加了 10 套，与在粤东、西、北 3 个方向与全国广电光纤主干网汇接联网。

有线电视全国联网并非空穴来风，而是大势所趋。广电总局正在各地加紧铺设光纤，筹建全国广电光纤主干网。但是，在技术和资金方面都还有大量工作要做，不可能一蹴而就。

有线电视全国联网终将掀起其神秘的面纱，向我们走来！

## 什么是 IP 地址

IP 是互连网络协议地址，它是计算机在网络中的数字标识。



一般分为网络地址和主机地址两部分。

IP 地址是由 32 个二进制位来表示，8 个二进制位是一个字节组，用小点隔开每个字节组，共有四个字节组成。每个字节组又分别用十进制数来表示。每个节点均有一个唯一的 IP 地址。网络地址标识为一个网络，而主机地址标识这个网络上一个主机。

如：江苏省淮阴市 169 主机的地址为 10.75.192.30，其中 10.75 为网络标识号，192.30 为主机标识号，这种标识为网络/子网络标识。

据 Internet 委员会规定，IP 地址分为 A、B、C、D、E 五大类。

如果第一个二进制位为 0，则 IP 地址为 A 类，A 类网络最多可容纳主机  $2^{24}$  台。其特点是网络数目少，而拥有较多的主机数量。

如果第一个二进制位为 1，第二个二进制位为 0，则 IP 地址为 B 类，其网络中最多容纳主机  $2^{16}$  台。其特点是网络数与主机数大致相同。

如果前二个二进制位为 11，第三个二进制位为 0，则 IP 地址为 C 类，最多可容纳主机  $2^8$  台。其特点是网络数多，主机却少。

如果前三个二进制位为 111，第四个二进制位为 0，则 IP 地址为 D 类，一般用于已知的多互传送或组的寻址。

E 类 IP 地址为前四个二进制位 1111，它是为将来的使用所保留的一个实验地址。

总之，IP 地址是 Internet 上每台主机的唯一地址，是以数字形式来表示的。



## 你知道如何进行拨号上网吗

当你兴致勃勃的抱一只“猫”回家，迫不急待地想到网上浏览其包罗万象的信息时，你可知道如何进行网络设置，从而拨号上网吗？只要按下列步骤即可完成。

一、双击桌面上“我的电脑”图标，在出现的窗口中双击“拨号网络”，打开“拨号网络”窗口，双击“新建连接”图标来创建一个新的连接。

二、为你的连接输入对方计算机名字，可以是“169、网络”等等，然后再选择和设置“猫”，输入完毕按“下一步”按钮。

三、将输入连接的重要资料——输入，完成后按“下一步”按钮（169用户在电话号码栏中输入169），而其它用户按因特网服务供应商所提供的号码输入，完毕后按“完成”按钮。

四、连接项目建立后，将鼠标移到连接位置上，单击“右键”，选择弹出菜单的“属性”选项。

五、你会发现在出现的“常规”选项框中有“使用区号与拨号属性”项，若你使用本市电话拨号，则取消选择，按“设置”按钮。

六、再单击“选项”标签，选中“拨号后出现终端窗口”项，则拨后会提示你输入帐号和口令，之后按“确定”按钮。

七、再回到“常规”对话框，单击“服务器类型”标签，选中其中的“登录到网络”和“TCP/IP”两项，至于其类型，则选“ppp：Internet，Windows NT Sever，Windows 98”这个项，单击“确定”即可。

其实，只有在开始设置这些参数的时候，容易有种“难”的感受，一旦设置好了，就可以拨云见日，去网上轻松“冲浪”



了！

## 你知道上网需要支付哪些费用吗

眼下使用 Internet 上网，似乎是再平常不过的事，上至科技领域学者，下至平民百姓，无不对此津津乐道。可是你知道上网需要支付哪些费用吗？

假如你拥有自己的计算机，则主要的开销是一个“猫”和“Internet”联接的通讯及上网服务费。

(1) 联机电话费：在国内的市话大约是 4 元多/小时。

(2) 开户和月租费：服务提供者费用取决于 ISP（因特网服务提供商）一般为每月 300—600 元，每小时 4—10 元，月租费和计时费不等。

(3) 专线租用费：如果您使用邮电部提供的 DDN 专线，那么须支付 DDN 的月租，租金是按所租 DDN 带宽、距离来计算的。

(4) 购置一个传输速率为 33.6kbps 或更多的“猫”。

(5) 传输字节费：按规定，使用 DDN 专线用户，在国内免费传输字节，而对于国外的则是按传输字节量来计算，而对于拨号上网的用户不收取字节费。

你只须交纳上述费用，就可以在个人计算机上上网，高高兴兴的逍遥“网上行”了！

## 上网怎样省钱

上网的用户无论是个人，还是企事业单位均要支付一定的费用。那么，怎样上网才能省钱呢？





### (1) 充分做好上网前的准备工作

①上网前做好计划，即上网的目的、要解决的问题及顺序；②摘抄一些有用的网址介绍，需要时以选择使用，避免上网后盲目寻找；③优化计算机至最佳状态，使其上网开机立即进入正常工作；④先打开浏览器及 E-mail 窗口，然后再拨号，以减少网上时间；⑤写好电子邮件后再上网，减少网上工作时间。

### (2) 把握好上网时间

网络使用费及市内电话费是上网费用的两部分。节省网络费的途径，是通过提高网络传输速率、缩短网上工作时间来实现的。根据规定，每天的 21 点至次日 7 点和节假日电话为半价计费。因此上网比较合适的时间是节假日的白天和凌晨 6~7 点，这段时间速率最高。另外，还应查看每个月的上网时间，养成不超时，又不少时的习惯，使上网费用保持在一定范围。

### (3) 设置好浏览器

如果你的计算机具备了高速芯片及硬盘，优化系统内存，还应设置好浏览器。它开辟了一个特定的区域作为 Cache，储存最近的浏览信息。

当网页图像无关紧要时，可设置浏览器不传输图像。其节省网址是软件提供商的主页。

### (4) 使用离线工具

离线新闻阅读器 Free Agent，可让用户离线阅读新闻组的内容，写好相关文章，上网时再粘贴进去，能节省网上时间。

### (5) 充分利用电子信箱

通过电子邮件获取网上信息，是省时省力的最佳方案。

### (6) 利用下载文件

利用 Windows95 的多任务特性，在浏览的同时再多打开一个窗口，充分利用 Modem 的潜能，进行边浏览边传输。除此之外，当文件有多个站点可供下载时，则应选择传输速率高的站



点。

总之，上网时为了节省费用，应考虑在上网操作中能减少网上工作时间的因素，而又保证网上效率。

## 为什么说远程教学 有很大的市场吸引力

“教学”顾名思义，就是教授、学习知识的过程。我们从小学、初中……大学习以为常、墨守成规的学习形式是在教室里听老师授业、解惑。可是随着生活节奏的加快，合理利用时间显得尤为重要，人们如何做到分秒必争呢？随着国际、国内科学技术、工商贸的发展，出现了一种新教学方式——远程教学，从根本上突破了教学的固定模式，使人们从传统的教学模式中解脱出来，更加合理、科学地利用时间。

远程教学就是各种类型的教育课程，可以做成软件教材存入数据库。相当于虚拟一个教师，分散到不同地点的教师与学生如同在一个教室里教和学，并可进行对话、讨论。我们可以学到各种知识、各种技能。这种交互式的授课方式，学生有听不懂的问题，可以请求当场解答，随时向“老师”提出问题，实行双向式教育。即使是在烈日炎炎的暑假，也可以请教“老师”获取知识。

今天，历史的车轮已经把我们载入一个世纪相交的新时代。随着经济发展和人民生活水平的提高，要求教育事业有快速发展。根据调查，南昌市现有专业人才中，高、中、初等人才比例是4:23:71，与现代经济发展需求的合理存在着很大的差距，规划到2010年，总需求达到37万人，占全市人口数的80%，平均每年须增加2万人，形势是十分严峻的。



“工欲善其事，必先利其器”要解决以上问题，就要利用好“远程教学”这个工具，将全省的高等学校、中等专业学校、职高技能学校以及中小学校连接起来，实现远程教学。让偏远农村，师资力量较薄弱地区的学生，听到最好老师的讲课。实现山里孩子“我要上学”的梦想，从而使我国经济能够迅速腾飞。所以说，开展远程教育，将有很大的市场潜力。

## Intranet 与企业有何关系

Intranet 是将 Internet 技术，应用于企业的信息管理与交换平台，即在传统企业网的基础上，采用 Internet 的协议标准与 WWW 技术设备，来构筑或改建成能提供 WWW 信息与连接数据库文档等服务的、自成体系的企业内部网络。并且它又能连接到 Internet，成为其一部分，如果有安全性要求时，可采取“防火墙”等安全措施，将其与 Internet 隔开，使其具有 Internet 的开放性与灵活性。在面向传统企业网内部应用的同时，还可获得传统企业网没有的如 Web、E-mail、FTP、Telnet 及 Gopher 等浏览界面，方便地集成了各类已有的服务。

Intranet 是集网络技术、数据库技术、安全技术及多媒体技术于一体的新型企业内部网。它服务对象是企业内部员工与关系密切的客户或商家，因此促进了企业内部的沟通，提高了工作效率，增强了企业的竞争力。它可使企业具有安全可靠的网络环境，企业的管理与维持费用会明显降低；具有节省培训时间与培训费用的统一用户界面，能够减小开发成本、扩大供销渠道。树立良好企业形象。Intranet 能促进企业实现信息化进程。



## 怎样避开上网高峰

目前，上网的用户越来越多，在使用中很多人都感到速度太慢。产生此种现象的原因有多种，而其中一个重要原因便是与上网的速度及上网的时间关系很大。

通常情况下，网上的繁忙时间与国际、国内在用户所登录的服务器上登录的人数多少有关。比如，接纳用户上网服务器的端口有 2000 个，如果上网的人数愈多，则分配给每个用户的时间就愈少，速度亦愈慢。因而，在选择服务器时应该先了解服务器有几个端口，已登录了多少用户，尽量选择端口多而登录人数较少的服务器登录。

在时间上，国内早 10 点以前，晚 22 点以后上网的用户相对的比较少。在这期间上网，其速度相对较快，如果条件与时间允许，应多在这段时间上网。

当用户要漫游国际站点时，就应考虑美国是否处于用户登网高峰时期。美国与中国的时差为 13 个小时，即中国晚上 24 点，美国却是上午 11 点。应适当考虑期间之前上网，尽量不要在美国用户登网高峰阶段上网，这样上网速度既快，又能减少上网费用。

因此说，合理地避开上网繁忙时间，对登网用户来讲就显得非常重要。

## 个人上网需要什么条件

个人上网必备的条件有两类：一类是硬条件，一类是软条件。



欲上网的用户会立即联想到硬条件：一台电脑；一个调制解调器；一条电话线路及申请一个 Internet 帐号等等，另外用户自身还应有相应 Internet 上网知识及英语知识。除这些上网必备条件，还应注意一些上网的“软条件”。若忽视了它，则网上之行也将受阻。

个人上网需注意的“软条件”有以下二点：

### （1）首先选择一个良好的 ISP

ISP 即 Internet 提供商。在选择时，Internet 接入价位与售后服务是两条应选择的标准，对于刚接触 Internet 的用户而言，售后服务尤为重要，一个售后服务不能到位的 ISP，其价位再低也不能选。因为上网时可能遇到诸多技术问题，若 ISP 不能及时解决，就会直接影响上网的效率。

因此，在价格满意的条件下，应选择能够提供上门安装 Internet 软件和帮助指导实际操作的 ISP。

### （2）要明确上网目的

个人上网的用户，上网的一切开销是需要自己支付的。如果上网目的不明确，只是为了好奇新鲜、好玩，就会造成无谓的浪费。

Internet 是信息的海洋，这些信息还不断地得到扩充与更新，可以说是包罗万象，浩如烟海。因此，上网前，应明确上网目的，是通过上网搜集各种信息、学习有关技术知识还是其他有益于工作、生活之目的。当然若目的明确了，还要选择注册费用低的 ISP。

## Internet 有哪些入网方式

用户想接入 Internet 网时，有联机服务、SLIP/PPP 及专线



连接三种入网方式。

(1) 联机服务入网方式。联机服务入网方式，是用户接入 Internet 网的最简便方式。联机服务是由 Internet 服务公司 (ISP: Internet Service Pro) 提供联机服务。少数服务公司支持对 FTP 与 Gopher 的访问，但绝大多数联机服务提供对新闻站点的访问服务。在 Internet 上收发 E-mail 是联机服务的基本功能。

### (2) SLIP/PPP 入网方式

SLIP 是 Serial Line Internet Protocol (串行线路协议) 的缩写，PPP 是 Point-to-Point Protocol (点对点协议) 的缩写。当以 SLIP/PPP 方式入网时，用户通过 Modem 及相应的拨号程序，拨通 ISP 的远程服务器。这时它监测到用户请求之后，即提示用户应以正确的帐号及由 ISP 提供的口令进行登录，然后再检查用户所发送的帐号、口令与服务器系统中相应的项目是否匹配。如果匹配，则服务器系统便会启动本系统的 SLIP 驱动程序，设置相应的网络接口；在用户系统中也启动相应的 SLIP 驱动程序，并设置相应的网络接口，用户就可开始访问 Internet 了。

### (3) 专用连接入网方式

专用连接入网方式，适用于业务量大的用户、组织及其国际连接。其优点是访问速率快。采用专线连接入网方式时，用户应配备计算机、路由器或网桥，然后向中国邮电部等有关部门租用通信专线或建立无线通信。